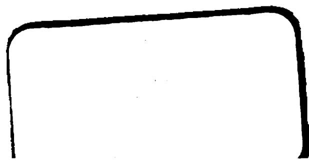

600045759-



ISAACI NEWTONI, *Eq. Aur.*

IN

Academiâ Cantabrigiensi

Matheseos olim Professoris Lucasiani

LECTIONES OPTICÆ.

ISAACI NEWTONI, *Eq. Aur.*

IN

Academiâ Cantabrigiensi

Matheseos olim Professoris Lucasiani

LECTIONES OPTICÆ,

Annis MDCLXIX, MDCLXX & MDCLXXI.

In Scholis publicis habitæ:

Et nunc primum ex MSS. in lucem editæ.



LONDINI

Apud GUIL. INNYS, Regiæ Societatis Typographum.

MDCCXXIX.





PRÆFATIO.



HUNC tractatum lectoribus commendare supervacaneum est: cur enim opus laudaremus, quod magnum Newtonum habet auctorem? Prælectiones publicas hic exhibemus primas quas Newtonus Cantabrigiæ habuit, quando *Barrovius* anno *1669* ei concessit munus professorium in Cathedrâ Lucasianâ. Continent inventa de luce & coloribus, quæ auctor detexit anno *1666*; quorum specimen anno *1671* coram regiâ societate exhibitum fuit, eodemque anno in Transactionibus, ut vocant, Philosophicis in lucem editum; & sub idem tempus hunc librum edidisset ipse auctor, nisi ineptæ quorundam imperitorum cavillationes eum deterruis-

terruis-

terruissent. Imo adeo abhorrebat Newtonus ab hujusmodi altercationibus, ut de hoc argumento per multos annos prorsus sileret, vix tandem anno 1704 amicorum precibus victus, ut absolutissimum illud de Opticis Opus in publicum proferret; quo fortasse vel diutius privati essemus, nisi hæc Newtoni inventa insigni geometræ Hugenio adeo placuisse jam compertum esset, ut magnam partem libri ejus de Dioptricis in hujus principia extruxisset, qui Hugenii liber inter Opera ejus Posthuma anno præcedente in lucem prodiit: hinc sperandum esset imperitis istis nugatoribus silentium imponi.

LIBER de Opticis anno 1704 editus ab hoc tractatu haud parum differt. Multa quidem in utroque inveniuntur eodem sensu, sed ratione diversâ tradita; in illo autem non pauca e præstantissimis inventis comparent, quæ hic non leguntur. Magna enim pars istius operis iis explicandis occupatur, quæ lumini contingunt, dum per tenues lamellas perlucidas transit; hujusmodi

vero

vero experimenta breviter tantum in fine harum prælectionum memorantur. Porro ex iis, quæ de hoc argumento in Transactionibus Philosophicis edita fuere, apparet auctorem nostrum in animo habuisse in hæc phænomena ulterius inquirere; sed inventa sua de his rebus vix perfecisse videtur intra duodecimum vel quindecimum annum, postquam hæc, quæ nunc edimus, lecta fuerant. Quanquam autem his inventis liber noster caret; multa tamen præclara hic occurrunt, quæ in altero non habentur. Ibi enim auctor cavisse, quantum potuit, videtur, ne demonstrationes geometricas cum argumentis philosophicis immisceret; & ubi necesse fuit propositionem mathematicam proponere, ejus demonstratio vix unquam occurrit. Contra autem, hic omnia geometrica in hoc argumento necessaria fuse demonstrat; quæ forsitan in altero libro ideo omiserit, quoniam haud dubitavit, quin hæ prælectiones aliquando lucem essent visuræ; cum non modo publice Cantabrigiæ lectæ in archivis fuerant repositæ, sed etiam alia exemplaria in amicorum manibus

adserva-

adſervabantur. Quod ſpectat ad prima optices elementa, auctor noſter hic ubique Barrovii prælectiones opticas ſequitur, & quæ, ille de omni luce ſcripſerat, Newtonus perſequitur ulterius, & applicat ad diverſam radiorum refrangibilitatem; rem Barrovio ignotam, ſed ab eo omnino probatam, quando ei ab auctore noſtro explicata fuit; quod una ex epiſtolis D. Collinſii in Commercio epiſtolico edita teſtatur, ubi Barrovius de his prælectionibus loquens, opus vocat, quo majus præſens ætas vix protulit. Hic etiam multæ propoſitiones demonſtrantur, quæ auctor cum Barrovio communicavit, & in prælectionibus ejus, demonſtrationibus prætermiſſis, editæ fuere. Hic nimirum demonſtratur modus illius focum ſuperficierum ſphæricarum inveniendi, & in omnibus aliis curvis locum habere oſtenditur ope radii, qui dicitur, curvaturæ; item cauſticæ (quas vocant) a refractione ortæ hic determinantur. Has utique cauſticas in ſuperficiebus ſphæricis & ipſe Barrovius determinavit. Hiſce vero prælectionibus Newtonus in curvis omnibus

bus radii curvaturæ earum ope has causticas exhibet. Hos quidem curvaturæ radios jam pridem consideraverat, & modum eos inveniendi in libro de fluxionibus, anno 1665 scripto, docuerat; idemque argumentum ulterius prosecutus est in alio libro anno 1671 scripto. Hoc apparet ex epistolâ ipsius ad Collinsium Dec. 10. 1672. inter cæteras in Commercio epistolico editâ, & parte quâdam illius in editione ultimâ Principiorum Philosophiæ; nec non ex tractatibus ipsis, qui adhuc inediti restant, quorum cum varia exempla dispergantur, nonnulli in lucem eos proferre polliciti sunt.

Harum prælectionum exemplum Newtonus olim Gregorio astronomiæ professori Saviliano dedit, a quo desumtum est illud, unde hæc editio impressa est, quod summâ fide & curâ descriptum fuisse cum eo Gregorii conferentes invenimus. Exemplum autem Gregorii, cum ab ipso Newtono fuisset acceptum, non dubitavimus, quin perfectum esset; sed postquam edi-

tio noſtra typis fuerat impreſſa, audivimus exemplum illud Cantabrigiæ, in Academiæ archivis aſſervatum, magis eſſe abſolutum; cujus exemplum nacti, ex collatione rem ita eſſe invenimus. Differentias igitur una cum erratis typographicis ad libri calcem adnotavimus. Ex hiſce autem differentiis aliæ tam leves eſſe videbantur, ut negligi fere potuiſſent; aliæ vero haud parvi momenti; aliæ videntur incuriæ ſcribentis deberi, cui Newtonus deſcriptionem exempli Gregoriani mandavit; aliæ denique emendationibus, ab ipſo Newtono factis in eo codice, quem in archivis Academiæ repoſuerat.

In locis quibuſdam ad finem paginæ brevem notam ſubjecimus; quod cum ſæpius forſan feciſſe non incommodum fuiſſet, unam atque alteram hic apponemus.

Pag. 83. l. 10. hæc nota addatur. Anguli enim minimi ad diverſorum circulorum centra ſunt, ut chordæ angulos ſubtendentes directe & ut circulorum radii inverſe.

Pag.

Pag. 89. l. 10. hæc nota addatur. Prop. 8. (fig. 30.) habuimus RF. Rf :: FG. DH. Sed (per prop. 8. lib. 6. Euclid.) triangula FRA & FGA, ita triangula DRA & DHA similia sunt; unde est $FG = \frac{AFq}{RF}$, & $DH = \frac{ADq}{RD}$. Ideoque erit $RF.Rf :: \frac{AFq}{RF}.\frac{ADq}{RD}$, quod hic asseritur.

Pag. 96. l. 8. hæc nota addatur. Si enim (fig. 39 & 27) A*b* & A*c* sinus designant anguli refracti & incidentiæ in radio lucis minus obliquo, ut FR; AB & AG hos designabunt in radio obliquiori, ut F*r*, quoniam ex hypothesi est A*b*. A*c* :: AB. AG; & anguli BA*c*, BAG æquales erunt angulis refractis FRD, F*rd*. Quoniam vero est BAG > *b*A*c*, erit F*r d* > FRD. Vid. Barrov. Lect. Opt. lect. III. § 6.

Pag. 104. l. 9. Sequens nota scripta est ab ignoto in margine codicis Cantabrigiensis.

Hoc modo accommodari possunt hæc ad Cor. 1. Lem. 5. Ponatur radius aliquis incidere ad superficiem *p* D secundum lineam X P, & refringi secundum lineam B P. Deinde ponatur alius ejusdem generis radius incidere in eandem superficiem secundum lineam X*p*. Constat jam (cum sit X P . B P :: X *p*. *bp*.) radium hunc refringi debere secundum *b p*.

Pag. 135. l. 9. Auctori hic contigit valorem lineæ C F ponere pro valore lineæ G N; unde ortus est error in sequente parte computationis hujus loci, & in prop. 37. In ipso contextu mutationem facere noluimus, sed in fine paginarum correximus.

Opticæ



Opticæ pars prima.

De Radiorum Lucis Refractionibus.

SECTIO PRIMA.

I. *Radiorum diversam esse refrangibilitatem.*



INVENTIO telescopiorum nupera plerosque geometras ita exercuit, ut nihil in Opticâ non tritum, nullum inventioni præterea locum reliquisse videantur. Et insuper, cum Dissertationes, quas hic non ita pridem audivistis, tantâ rerum opticarum varietate, novarum copiâ, & accuratissimis earundem demonstrationibus fuerint compositæ; frustranei forte videantur conatus & labor inutilis, si ego scientiam hanc iterum tractandam suscepero. Verum cum

 geome-

geometras in quâdam lucis proprietate, quæ ad refractiones ſpectat, hucuſque hallucinantes videam, demonſtrationes ſuas in hypotheſi quâdam phyſicâ haud bene ſtabilitâ tacite fundantes; non ingratum me facturum judico, ſi principia ſcientiæ hujus examini ſeveriori ſubjiciam, &, quæ ego de iis ſimul excogitavi, & experientiâ multiplici habeo comperta, ſubnectam iis, quæ Reverendus meus Anteceſſor hic loci poſtrema dixit.

IMAGINANTUR Dioptrices ſtudioſi, quod perſpicilla ad quemlibet perfectionis gradum perduci poſſent, modo vitris, dum perpoliuntur, geometricam, quam vellent, figuram communicare concederetur; & in eum finem inſtrumenta varia fuêre excogitata, quibus vitra in figuras hyperbolicas vel etiam parabolicas contererentur. Sed exacta iſtarum figurarum fabricatio nemini hucuſque ſucceſſit: ſcilicet aratur litus, & ne labores ſuos in negotio deſperato diutius inſumant, iis polliceri audeo, quod, licet omnia fierent feliciter, nihil minus tamen quam votis ſuis reſponderent. Etenim vitra, licet efformentur ſecundum figuras in iſtum finem optimas, quæ poſſunt excogitari, tamen non duplo plus præſtabunt, quam ſphericæ æquali piliturâ perfectæ. Hæc autem non ideo loquor, quaſi peccatum eſſe a ſcriptoribus Optices contenderem; illi enim omnia, pro intentione demonſtrationum ſuarum accurate quidem & veriſſime dixerunt; ſed aliquid

aliquid tamen, idque maximi momenti, reliquerunt posteris inveniendum; scilicet in refractionibus irregularitatem quandam reperio, quæ omnia perturbat, & non solum efficit, ut figuræ conicarum sectionum sphæricas non multum superent, sed etiam ut sphericæ multo minus præstent, quam præstarent, si dicta refractio esset uniformis.

ITAQUE in Dioptricâ pedem figo, non ut eam pertractarem de integro, sed tantum ut hanc de naturâ lucis proprietatem rimarer primo; deinde ut ostenderem, quantum ex hâc proprietate perfectio Dioptrices impeditur; & quo pacto incommodum istud, quatenus natura rei sinit, devitetur. Ubi & nonnulla proferam, quæ ad telescopiorum juxta & microscopiorum, tum theoriam tum praxin spectant; ostendens, quod Optices summa perfectio, præter opinionem receptam, ex Dioptricâ & Catoptricâ *mixtis* * petenda est. Ac interea discrimen colorum, & eorum genesin à prismatibus, & corporibus etiam coloratis, fuse explicabo.

* Ut in Telescopio Cata-dioptrico. Vid. Transact. Philos. N°. 81 & Neutoni Opticæ Lib. 1. Part 1. Prop. VII. & VIII.

II. *Quod omnium radiorum non ſit eadem refrangibilitas.*

DE luce itaque compertum habeo, quod radii ejus, quoad quantitatem refractionis, ab invicem differant. Ex iis, qui omnes habent eundem angulum incidentiæ, alii angulum refractionis aliquanto majorem, alii minorem habebunt. Plenioris illuſtrationis gratiâ, ſit E F G (fig. 1.) ſuperficies quælibet refringens puta vitrea, & ducatur quævis O F huic occurrens in F, & cum eâ efficiens angulum O F E acutum. Concipe etiam radios ſolares per iſtam lineam O F ſibi continuo ſucceſſivos fluere, ita ut alii poſt alios in punctum F impingant, ibidemque in medium denſius refringantur; vel ſi mavis, finge parallelos radios indefinite parum diſtare ab O F, & incidere in puncta ipſi F viciniſſima. Jam ex opinione receptâ, hi radii eandem habentes incidentiam eandem quoque refractionem omnes habere debent, puta in lineam F R. At contrarium compertum habeo, ſcilicet, quod poſtquam refringuntur, divergant ab invicem, quaſi quidam refringerentur in lineam F P, alii in lineam F Q, & alii in lineas F R, F S, & F T, ac alii etiam innumeri per ſpatia intermedia, ut & ultra citraque nonnulli pervagantes, prout radius quilibet ad refractionem majorem mi-

minoremve patiendum ſit aptus. Invenio præterea, quod Radii F P maxime refracti colores purpureos producant, & illi F T minime refracti rubros, qui autem hiſce intermedii F Q, F R, F S pergunt, colores intermedios, nempe cæruleos, virides & flavos generant: & ſic radii, prout apti ſunt, ut alii aliis magis atque magis refringantur, hos ordine colores, rubrum, flavum, viridem, cæruleum, & purpureum generant, una cum omnibus intermediis, quos in iride liceat conſpicere; unde productio colorum priſmatis & iridis facile patebit. Sed his jam perfunctorie notatis, quæ de coloribus dicenda ſunt, in poſterum differam.

III. *Probatur experimento vulgari per longitudinem imaginis ſolaris refractæ.*

SENTENTIA noſtrâ de hâc re ſic breviter explicatâ, ne putetis fabulas pro veris enarratas eſſe, rationes & experimenta, quibus iſthæc innituntur, continuo proferam. Et quoniam experimentum quoddam priſmatis valde obvium mihi primo dedit occaſionem excogitandi reliqua, iſtud primum explicabo. Sit F (fig. 2.) foramen aliquod in pariete vel feneſtrâ cubiculi, per quod radii ſolares O F trajiciantur, reliquis ubique foraminibus diligenter obturatis, ne lux alibi ingrediatur. Iſta autem obſcuratio cubiculi non eſt prorſus neceſſaria, ſed efficit

II. *Quod omnium radiorum non sit eadem refrangibilitas.*

De luce itaque compertum habeo, quod radii ejus, quoad quantitatem refractionis, ab invicem differant. Ex iis, qui omnes habent eundem angulum incidentiæ, alii angulum refractionis aliquanto majorem, alii minorem habebunt. Plenioris illustrationis gratiâ, sit E F G (fig. 1.) superficies quælibet refringens puta vitrea, & ducatur quævis O F huic occurrens in F, & cum eâ efficiens angulum O F E acutum. Concipe etiam radios solares per istam lineam O F sibi continuo successivos fluere, ita ut alii post alios in punctum F impingant, ibidemque in medium densius refringantur; vel si mavis, finge parallelos radios indefinite parum distare ab O F, & incidere in puncta ipsi F viciniffima. Jam ex opinione receptâ, hi radii eandem habentes incidentiam eandem quoque refractionem omnes habere debent, puta in lineam F R. At contrarium compertum habeo, scilicet, quod postquam refringuntur, divergant ab invicem, quasi quidam refringerentur in lineam F P, alii in lineam F Q, & alii in lineas F R, F S, & F T, ac alii etiam innumeri per spatia intermedia, ut & ultra citraque nonnulli pervagantes, prout radius quilibet ad refractionem majorem mi-

minoremve patiendum sit aptus. Invenio præterea, quod Radii F P maxime refracti colores purpureos producant, & illi F T minime refracti rubros, qui autem hisce intermedii F Q, F R, F S pergunt, colores intermedios, nempe cæruleos, virides & flavos generant: & sic radii, prout apti sunt, ut alii aliis magis atque magis refringantur, hos ordine colores, rubrum, flavum, viridem, cæruleum, & purpureum generant, una cum omnibus intermediis, quos in iride liceat conspicere; unde productio colorum prismatis & iridis facile patebit. Sed his jam perfunctorie notatis, quæ de coloribus dicenda sunt, in posterum differam.

III. *Probatur experimento vulgari per longitudinem imaginis solaris refractæ.*

SENTENTIA nostrâ de hâc re sic breviter explicatâ, ne putetis fabulas pro veris enarratas esse, rationes & experimenta, quibus isthæc innituntur, continuo proferam. Et quoniam experimentum quoddam prismatis valde obvium mihi primo dedit occasionem excogitandi reliqua, istud primum explicabo. Sit *F* (fig. 2.) foramen aliquod in pariete vel fenestrâ cubiculi, per quod radii solares O F trajiciantur, reliquis ubique foraminibus diligenter obturatis, ne lux alibi ingrediatur. Ista autem obscuratio cubiculi non est prorsus necessaria, sed efficit

efficit tantum, ut experimentum evadat aliquanto evidentius. Deinde prifma triangulare vitreum A *a* B *b* C *c* ad foramen iftud applicetur, quod radios O F per fe trajectos refringat verfus P Y T Z, ubi videbis imaginem valde oblongam efformari, cujus nempe longitudo P T fit quadruplex latitudinis Y Z & amplius. Et hinc evinci certo videtur, quod radiorum æqualiter incidentium alii majorem aliis refractionem patiuntur. Nam fi contrarium effet verum, prædicta folis imago appareret fere orbicularis, & in quâdam pofitione prifmatis ad fenfum orbicularis confpiceretur, id quod contra omnem experientiam eft. Quocunque enim fitu prifma difpofui, nunquam tamen potui efficere, quin longitudo imaginis effet latitudinis plufquam quadrupla; angulo fcilicet prifmatis A C B vel *a c b* exiftente graduum plus minus fexaginta.

IV. *Cafus in quo radii æque refrangibiles faciunt imaginem orbicularem.*

QUOD autem datur quædam prifmatis pofitio, in quâ imago folis ex opinione de refractionibus receptâ appareret orbicularis, fic oftendo. Juxta foramen in feneftrâ cubiculi factum, prifma collocetur foras; vel, quod eodem recidit, fit E G (fig. 3.) corpus aliquod opacum citra prifma locatum, in quo fit F foramen indefinite parvum & orbiculare, per

per quod radii refracti in parietem directe oppositum ad imaginem P Y T Z ibi depingendam trajiciantur; & ponatur A B C esse planum secans A *a c* C, B *b c* C plana refringentia perpendiculariter, atque etiam transiens per foramen F, ut & per centrum solis D I H V, quem bisecet secundum diametrum ejus D H, a cujus extremitatibus radii D K & H N in eodem plano jacentes adveniant, qui postquam refringuntur (D K in K *n* & *n* T, atque H N in N *k* & *k* P) utrinque pergant per centrum foraminis F; & præterea sit talis inclinatio prismatis ad istos radios, ut anguli A K D & B *k* F fiant æquales. Deinde sit I V alia solis diameter prædicto plano A B C perpendicularis, à cujus extremitatibus alii duo radii V L & I M adveniant; alter I M cis planum A B C, qui refringatur in M *l* & *l* Y, alter vero V L ultra planum istud, qui refringatur in L *m* & *m* Z, & prædicti quatuor radii sese omnes decussent in medio foraminis F. Denique ponatur, quod imago lucida P Y T Z foramen directe respiciat, ita scilicet ut F P & F T, item F Y & F Z æquales fiant. Dico jam, quod in istâ positione prismatis, anguli P F T ac Y F Z æquales essent, supposito radios omnes æque refringi, qui eundem habent angulum incidentiæ, & proinde quod imago ista sensui saltem deberet esse orbicularis; utpote cujus diametri P T & Y Z sese decussant perpendiculariter, & æquales istos angulos subtendunt.

V. De-

V. *Demonstratio casus istius. Pars* I.

ANGULOS autem istos P F T & Y F Z æquales esse sic demonstro. Concipe radium aliquem à P per *k* & N retrocedere, dum alius radius pergit à D per K & *n*; itaque, cum anguli A K D & B *k* F supponantur æquales, erunt etiam anguli per primas refractiones facti A K *n* & B *k* N æquales; unde triangula C K *n* & C *k* N erunt similia, & eorum anguli externi *k* N A, K *n* B æquales, & proinde anguli per secundas refractiones facti A N H & B *n* F sunt æquales. Quare, cum anguli A K D & B *k* F, item A N H & B *n* F sint æquales, eorum differentiæ erunt etiam æquales; hoc est, angulus *n* F *k* sive P F T æqualis angulo, quem radii D K & H N comprehendunt, sive dimetro solari. Est itaque angulus P F T æqualis diametro solari. Quare, cum demonstratum fuerit, quod angulus Y F Z æquatur eidem diametro, liquebit propositum. Istud autem ut fiat, theorema quoddam more lemmatis præsternendum est.

VI. *Lemma ad secundam partem.*

SINT duo plana (fig. 4.) A B C D & E F G H sibimet perpendicularia, quorum communis intersectio sit K L, & sit I P radius quilibet, qui in planum

num A B C D incidens ad punctum P, ab eo refringitur in P R; dico, quod sinus anguli, quem radius incidens I P efficit cum plano perpendiculari F H, sit ad sinum anguli, quem radius refractus P R efficit cum eodem plano, sicut sinus incidentiæ ad sinum refractionis, & proinde in ratione datâ. Sumptis enim radiis I P & P R æqualibus, & demissis I Q & R V ad planum F H perpendicularibus; & prætereterea ad punctum incidentiæ porrectâ S P T perpendiculari ad planum refringens B D, (quæ ideo cum altero plano F H coincidet,) & ad istam demissis I S & R T iterum perpendicularibus; erit I P Q angulus, quem radius incidens I P efficit cum plano perpendiculari F H, & R P V angulus, quem radius refractus P R efficit cum eodem plano. Item I P S angulus incidentiæ, & R P T angulus refractionis. Quarè, si I P vel P R supponatur radius circuli, erunt I Q, R V, & I S, R T dictorum angulorum sinus. Sed I Q & R V sunt paralleli, (6. 10. Elem.) propterea quod eidem plano F H sunt perpendiculares. Item I S & R T sunt paralleli (28. 1. Elem.) quia jacentes in eodem plano I S P T R eidem rectæ S T perpendiculariter insistunt. Hoc est, rectæ I Q, I S, quæ angulum Q I S comprehendunt, sunt parallelæ rectis R V, R T, comprehendentibus angulum V R T. Quare isti anguli Q I S & V R T sunt æquales. (10. 11. Elem.) Ductis autem Q S & V T, fient anguli I Q S & R V T recti: (Def. 3. 11. Elem.) quia rectæ I Q & R V

C plano

plano F H perpendiculariter insistunt. Ergo triangula I Q S & R V T sunt similia, (4. 6. Elem.) & I Q. R V :: I S. R T; hoc est, sinus angulorum, quos radius incidens & refractus efficiunt cum plano aliquo F H ad refringens planum B D perpendiculari, sunt ut sinus incidentiæ & refractionis, & proinde in ratione datâ. Quippe sinuum istorum rationem esse datam Cartesius edocuit, & alii deinde fuerunt experti.

QUINETIAM theorematis jam demonstrati veritas manebit salva, licet planum F H plano refringenti B D alibi perpendiculariter insistat quam ad punctum refringens P. Exinde enim neque anguli cum radiis & plano F H effecti, neque ideo sinus istorum angulorum immutabuntur.

VII. *Pars Secunda.*

HISCE ita præmonstratis ad propositum jam revertar; demonstraturus scilicet angulum Y F Z (in Fig. 3.) diametro solis, ac proinde angulo P F T æquari. Ex supra positis liquet, quod planum K D H N *k* F *n* bisecat angulum radiis I M & V L utrinque jacentibus contentum. Itaque, cum iste angulus æquetur diametro solari, angulus, quem radiorum alter, puta I M, cum dicto plano facit, æquabitur semidiametro solari, cujus esto sinus A, & B

sinus

ſinus anguli, quem radius iſte refractus M *l* facit cum eodem plano. Jam, cum planum iſtud ſupponatur perpendiculare ad priſmatis refringens planum A *c*, erit ex præcedenti lemmate, ſinus A ad ſinum B ſicut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis è medio rariori in medium denſius. Vel è contra ſicut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis è medio denſiori in rarius, ita erit B ad A. Quare, cum dictum planum D H F etiam perpendiculare ſit ad alterum priſmatis planum B C, quod radios è medio denſiori in rarius refringit, & inſuper, cum B ſupponatur anguli ſinus, quem radius incidens M *l* facit cum plano iſto perpendiculari D H F, erit (per lemma præcedens) A ſinus anguli, quem radius refractus *l* F facit cum eodem plano D H F; ſed A ponitur ſinus ſemidiametri ſolaris, ergo ille angulus, quem radius *l* F facit cum plano D H F, æquetur ſemidiametro ſolari, & ejus duplus *l* F *m* ſive Y F Z toti diametro; &, cum ſupra fuerit oſtenſum, quod angulus P F T ſit eidem diametro æqualis, iſti duo anguli Y F Z & P F T erunt æquales. Q. E. D.

JAM, ſi planum Y F Z eſſet perpendiculare plano imaginis P Y T Z æque ac planum P F T, iſtæ quatuor lineæ F P, F T, F Y & F Z, quæ angulos æquales comprehendunt, eſſent omnes inter ſe æquales; & proin ſubtenſæ P T & Y Z etiam æquarentur. Sed qui rem ſerio perpendit, inveniet radios collaterales V L *m* F Z & I M *l* F Y duobus

reliquis D K *n* F T & H N *k* F P paulo minus refringi, & idcirco planum Y F Z paulo magis declinabit è radio F P quam ab F T, secans lineam P T infra medium ejus punctum X; & sic divaricans a perpendiculari F X (quam concipe ductam) erit aliquantulum obliquum ad planum imaginis P Y T Z, & eâ de causâ lineæ F Y & F Z erunt paulo majores quam F P & F T, & subtensa Y Z paulo major quam subtensa P T. Sed hujus rei demonstrationem, utpote nimis longam & proposito meo non omnino necessariam, prætermitto. Etenim non multum refert, utrum planum Y F Z sit rectum ad planum imaginis P Y T Z vel nonnihil obliquum, hoc est, utrum Y Z sit equalis vel major quam P T; sufficit, quod nequit esse minor. Imo cum propter isoscelea triangula P F T & Y F Z sit F P. F Y :: P T. Y Z, atque F P & F Y sint quam proxime æquales, tantilla erit inter P T & Y Z differentia, ut quoad sensum pro æqualibus haberi possint.

VIII. *In isto tamen casu longitudo imaginis plusquam quadruplex est latitudinis. Unde varia refrangibilitas evincitur.*

OSTENSUS itaque casus est, in quo longitudo solaris imaginis per prisma trajectæ conspiceretur æqualis ejusdem latitudini, & proinde in quo imago ista

ista quasi orbicularis appareret, modo vera esset opinio vulgaris. Quinimo, licet positio prismatis alia sit, atque descripsi, modo radii utrinque refractionem non valde inæqualem patiantur, figura tamen imaginis eapropter vix immutabitur: Nec multum interest, an corpus opacum E G, foramine F ad radios transmittendos terebratum, citra prisma collocetur vel ultra; neque figura foraminis multum curanda est, modo sit exigua. Etenim tam parvæ variationes haud plus mutabunt imaginem, quam decimâ forte vel quintâ parte diametri suæ, sicut cogitanti patebit. Atque ita, ut paucis tandem comprehendam omnia, liquet, quod imago solis refracta ut plurimum deberet esse sensui quasi orbicularis, si modo ejusdem incidentiæ in idem medium refractio semper foret eadem. Sed prius repugnat experientiæ, longitudine scilicet ejus latitudinem plusquam quatuor vicibus, ut dictum fuit, excedente. Ergo posterius repugnat veritati, & ejusdem incidentiæ refractio est varia.

IX. *Ejusdem rei demonstratio brevior.*

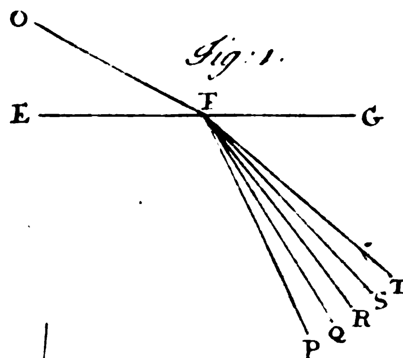
Ex eodem experimento potui propositum sic brevius indicasse; nempe, cum ita disposuissem prisma, ut refractio radiorum tum ingredientium tum egredientium foret quasi æqualis, angulos P F T & Y F Z (Fig. 2. vel. 3.) dimensus sum, & inveni quidem

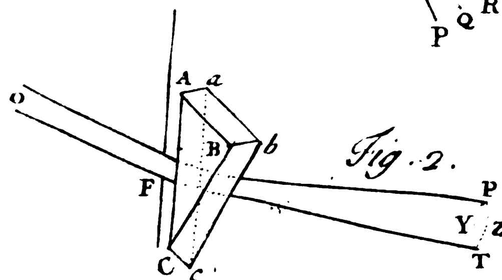
quidem angulum Y F Z semissi gradûs sive diametro solis æqualem. At angulus P F T eandem diametrum quater & amplius superavit, cui tamen æqualis esse debuisset ex parte priori præcedentis demonstrationis ; & inde planissime liquet propositum. Verum in eorum gratiam, quæ mox sequentur, oporteret demonstrasse, quod illi radii, quorum refrangibilitas non est dispar, efformabunt imaginem fere orbicularem ; & eâ de re mihi visum fuit demonstrationem istam etiamsi longiusculam, in illustrationem hujus experimenti hic adduxisse.

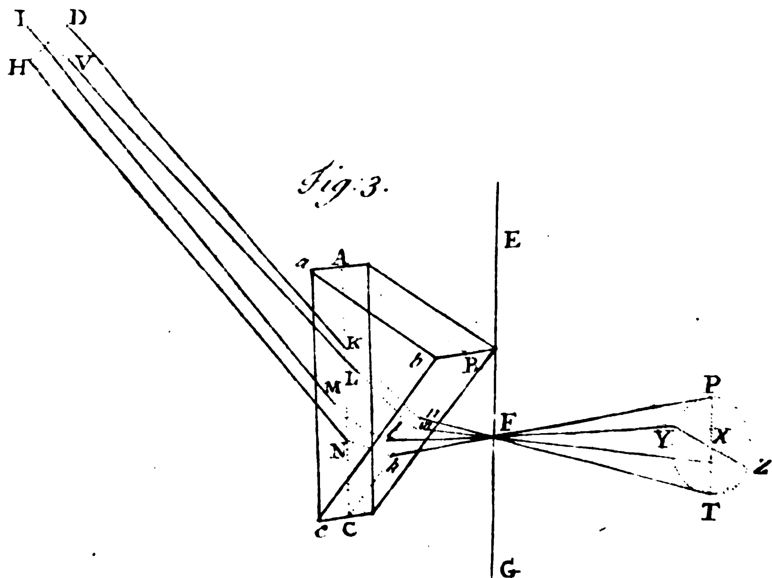
X. *Quo pacto prisma facile statui potest in situ ad experienda prædicta requisito.*

VERUM, cum in experiendis prædictis eam esse positionem prismatis supposuerim, ut radii ad utramque faciem prismatis æqualiter refringantur ; conclusionis loco, dicam, quâ ratione istud cito fiat & facile. Si prisma teneatur in luce solari & motu lento circa axem suum convertatur, videbis colores, quos efficit, de loco in locum continuo motu translatos esse, ita quidem ut aliquando progredi, deinde vero regredi videantur. Observabis itaque medium inter istos contrarios motus, quando colores modo progressi & statim regressuri videntur quiescere ; quod ubi vides, siste prisma, idque in isto situ fige. Dico factum. Scilicet in eo situ summa refractionum

utrobique


Fig: 1.
O
E
F
G
T
S
R
Q
P


Fig. 2.
A
a
O
B
b
F
P
Y
Z
T
C
c


Fig: 3.
I
D
H
V
E
a
A
K
h
R
M
L
F
P
N
Y
X
Z
T
c
C
G

utrobique factarum, sive radii emergentis ad incidentem inclinatio, evadit omnium minima. Quod cum accidit refractiones utrobique sunt æquales, uti posthac demonstrabitur.

XI. *Imaginis præfatæ figura describitur, quæ partim rectis, partim semicirculis comprehensa est.*

CÆTERUM experimenti hujus varias circumstantias, non minus jucundas experienti quam propositi nostri indicativas, prosequi jam animus est. Et primum notandum venit, quod imaginis istius figura, secundum longitudinem suam lineis rectis terminata fuit, & secundum latitudinem duobus (ut ex visu potui judicare) semicirculis. In figurâ 5ta sit P T imago solis prismate refracta; hanc observabam ad latera duabus lineis A B & C D quoad sensum rectis & sibi parallelis terminari, ad extremitates autem duobus semicirculis A P C & B T D, cujus quidem eventus causa ex præmonstratis sic determinatur..

XII. *Quo-*

XII *Quomodo talis evadit per circulares imagines (quas unumquodque genus radiorum æquabiliter refrangibilium facit) in longum dispositas.*

Semicirculi illi terminantes in circulos compleantur, ut vides in figurâ sextâ, & alius inscribatur circulus Y Z istis intermedius. Jam concipe radios quosdam a sole provenientes, qui apti sunt, ut æqualiter incidentes etiam æqualiter refringantur. Illi per prisma trajecti, ex supra demonstratis, imaginem quoad sensum (si sola posset videri) circularem depingent, puta B D. Deinde concipe alios ejusdem solis radios sibi etiam conformes, qui apti sunt, ut prioribus paulo magis refringantur; illi itaque aliam imaginem depingent circularem, puta Y Z. Et alios etiam radios adhuc magis refrangibiles concipe, qui tertiam circularem imaginem A C efficient. Denique alios innumeros cogita prædictis plus & minus refrangibiles, & illic alias etiam innumeras circulares imagines, prioribus tum intermedias tum extremas, efformabunt, illuminantes oblongum spatium P Y T Z rectis lineis A B & C D, duobusque semicirculis contentum. Verum, cum imagines illæ sint omnes ejusdem pæne magnitudinis & inter lineas A B & C D in directum dispositæ, istæ lineæ A B & C D pro rectis sibi paral-

lelis

lelis haberi possunt, & ad sensum tales videbuntur; & sic totum spatium P Y T Z, radiis ex eâdem incidentiâ varie refractis illuminatum, partim parallelis rectis & partim semicirculis oppositis terminabitur; sicut experientiâ compertum est.

XIII. *Exinde deducitur experimentum, quo termini recti fiant distinctissimi.*

HANC autem conjecturam ut penitus probarem, cogitabam de imagine solis per foramen aliquod sine ullâ refractione ad distantiam magnam trajectâ, scilicet quod male definitur, termino existente inter lucem & tenebras minime distincto: At si radii isti per lentem convexam transeant, cujus focus ad imaginem est, imago terminabitur distinctissime. Simili modo de radiis æque refrangibilibus intellexi, quod, si per *prisma* trajicerentur ad distantiam magnam, depingerent imaginem circularem malè definitam, cujus tamen terminus, mediante lente convexâ, distinctissimus evaderet. Itaque, cum vidissem terminos imaginis refractæ P Y T Z non admodum distinctos, de imaginibus B D, Y Z, A C & reliquis circularibus, oblongam istam formantibus, conjiciebam, quod multo distinctius terminarentur per lentem convexam trajectæ quam aliter, & experienti res patuit. Nam rectas A B & C D,

in quas imagines omnes istæ circulares utrinque terminantur, vidi admodum distinctas, quas antea confusas videram.

XIV. *Quare termini circulares semper apparent confusi.*

SED, quod notatu valde dignum videtur, termini circulares A P C & B T D imaginis illius semper apparuere maxime confusi, luce paulatim deficiente donec tandem in tenebras desiit. Scilicet intermedii circuli, ut Y Z, miscentur aliis circulis utrinque cadentibus; quibuscum ex aliquâ sui parte coincidunt. At extremi quidem circuli A C & B D ex unâ tantum parte cum aliis concurrunt, & eorum concursus continuus fit rarior, & exinde lux usque remissior, dum ad extremitates P ac T deventum est. Sed & alia prodit istius rei causa, scilicet quod radiorum maxima copia apta sit, ut mediocrem refractionem patiatur, & sic in medium imaginis incidat; & quod eorum numerus continuo minor existat, quibus competit gradus refrangibilitatis alterutrinque magis extremus.

XV. *Admo-*

XV. *Admonitio de figurâ & situ lentium & prismatum.*

CÆTERUM ad isthæc experienda lentes adhiberi vellem, quarum foci sunt longinqui, sex forte vel duodecim pedibus a lentibus distantes, modo tales præsto sint: saltem non sint minus distantes quam duobus. Atque etiam latera prismatis debent esse accurate plana; sin latera ejus sint aliquatenus convexa, tum præstat adhibere lentem, cujus focus ad pedes tantum duos vel tres à se remotus est. Quibus paratis, lentem prismati ex utrâvis parte colloca vicinam, ita scilicet ut radios per se trajectos directe respiciat. Deinde radii in papyrum aliquam excipiantur, quam ultro citroque transfer, donec imaginem coloratam utrinque rectis parallelis distinctissime terminatam videas.

XVI. *Deque imagine quâdam orbiculari.*

SED observandum est, quod, cum prisma collocatur ultra foramen F (ut in Fig. 3.) vel ipsi quam proxime citra, & lens magis distat ab isto foramine, quam focus lentis, quem radii in eam parallelôs incidentes efficerent, distat a lente; duplicem invenies casum, in quo imago in papyrum projecta evadet

det diſtincta: alter, quando radii omnes homogenei, qui in lentem paralleli incidunt, ita refringuntur, ut ad papyrum iſtam in eodum puncto concurrant; quod fit, quando vides imaginem coloratam oblongam, & parallelis rectis diſtincte terminatam: alter caſus eſt, quando radii omnes homogenei ab uno puncto foraminis F divergentes, poſtquam a lente refringuntur, ad unum iterum punctum dictæ papyri convergunt. Id autem accidit, cum imaginem albam, orbicularem, & undique bene definitam vides. De quo fuſe dicetur alibi. Sufficeat hoc monitum hic dediſſe, ne quis propriis oculis hæc experturus, per ambiguitatem effectus incaute decipiatur, & exinde prædicta in dubium revocet.

XVII. *Ac de umbris nebularum ſolem intercedentium.*

JUVAT annotare præterea, quod nebulæ aliquæ tenuiores interceperunt diſcum ſolis, eum non penitus obſcurantes, & umbras in hanc imaginem P T projecerunt non ſui ſimiles, ſed in longum protenſas, & imaginis terminis rectilineas parallelas. Id quod ratiociniis modo allatis accurate convenit. Nam concipe nebulam aliquam in diſco ſolis ad inſtar ſolis conſpicuam eſſe, & ea, ſi radii maxime refrangibiles circuloque A C (fig. 3.) circumſcripti ſpecten-

ſpectentur, umbram projiciat in locum L, ita ut circulus A C cum umbrâ L diſcum ſolis nebulâ deficientem referat. Quo poſito, ſi radii minime refrangibiles circuloque B D circumſcripti ſpectentur, umbra nebulæ ab iis projicietur in locum N, cujus talis erit ſitus in circulo B D, qualis eſt ipſius L in circulo A C, quippe hic etiam diſcum ſolis nebulâ deficientem refert. Atque idem porro diſcurſus de circulo quolibet intermedio cum umbrellâ ejus M intelligatur; adeo ut propter indefinitam multitudinem circulorum, ſpatium integrum A B D C occupantium, nebula ſuas umbras per totam longitudinem L N diſpergat, eamque reddat obſcuram; & ſic, cum plures nebulæ vel nubium ſinus ſoli interveniant, imago ejus plurimis umbris in longum diffuſis & parallelis obſcurabitur.

XVIII. *Ab imaginis figurâ aliud etiam experimentum deducitur, quo fiat multum oblongior.*

UT dictas proprietates lucis, quâ potui diligentiâ, perſcrutarer, ſequentem præterea modum excogitavi, quo illas examini ſubjicerem. Nempe (in fig. 6.) cum magnitudo circulorum A C, Y Z, B D dependeat a magnitudine ſolari, ſi diameter ſolis fieret aliquanto minor, quam nunc revera exiſtit, tum illi etiam circuli fierent minores, diſtantiâ

centro-

centrorum H, I, K, non omnino mutatâ, ut videre eſt in fig. 8. Et ſic latitudo imaginis ad ejuſdem longitudinem comparata multo minor evaderet, quam antea, utrâque ſcilicet per eandem quantitatem diminutâ. Hæc probaturus effeci, ut radii ſolis per duo parva foramina ab invicem longe diſtantia tranſirent, antequam inciderent priſmati, quo pacto radii ab extremis partibus ſolis venientes excludebantur, & res perinde ſucceſſit, quaſi diameter ſolis revera eſſet diminuta. Illuſtrationis gratiâ, ſit in fig. 9. *e f g* feneſtra parvo foramine *f* penetrata, per quod radii ſolares cubiculum alias obſcuratum ingrediantur; deinde ſit E F G corpus aliquod opacum perforatum ad F, & in medio cubiculo ita locatum, ut radii iterum permeent foramen iſtud, antequam priſma A B C pone locatum attingant. Jam foraminum iſtorum diametro exiſtente ¼ digiti, & eorundem diſtantiâ *f* F 12 pedibus (ita ſcilicet ut maxima radiorum utrumque foramen permeantium inclinatio foret angulus fere minutorum 6, hoc eſt, quaſi quinta pars diametri ſolaris) atque etiam imagine P T projectâ in papyrum, decem pedes a priſmate diſtantem, prout anguſtia cubiculi tulit; inveni longitudinem imaginis eſſe pluſquam quatuor digitorum cum ſemiſſe, & latitudinem trientis digiti, hoc eſt longitudinem pluſquam quatuordecim vicibus majorem latitudine, ſicut ex prædictis oportet eveniſſe. Etenim cum iſti tantum radii mittuntur intro, qui minus quam quintâ

parte

parte solaris diametri ad se invicem inclinantur, diametri A C, Y Z & B D diminutæ diametro foraminis F, debent esse quintuplo minores quam secundum priora contingeret, ut videre est in fig. *6.* & 7. quasi a sole essent effectæ, cujus diameter sit quinquies minor diametro solis nostri. Verum, si corpus opacum *f g* (fig. *9.*) tolleretur, ut radii per unum solummodo foramen F ad prisma transirent, sicut in prioribus factum est, latitudo imaginis evaderet $1\frac{1}{8}$ digitorum, & longitudo plusquam 5 dig. angulo nempe prismatis existente 60 grad. vel paulo majori. Itaque diameter circulorum A C, Y Z & B D, qui eo, quo dictum est modo, imaginem constituunt, esset $1\frac{1}{6}$ dig. à quâ subducatur diameter foraminis nempe $\frac{1}{8}$ dig. & manebit $1\frac{1}{24}$ dig. cujus quintæ parti rursus adjungatur eadem foraminis diameter sive $\frac{1}{8}$ dig. & prodibit $\frac{1}{3}$ dig. diameter circulorum A C, Y Z, & B D in fig. 8. quæ minor est quam diameter circulorum istorum in fig. 6. quantitate $\frac{5}{6}$ dig. Quamobrem figura 8 quaquaversum est minor quam sexta quantitate $\frac{5}{6}$ dig. Atque ideo longitudo ejus fit plusquam 4 dig. latitudo autem digiti triens. Id quod cum experientiâ modo recensitâ quadrat. Ad eundem modum, si foramina *f* & F adhuc minora forent, vel si distantia *f* F foret major, imago P T oblongior evaderet. Quod idem quoque quadantenus contingeret, ex imagine P T a prismate longius dissitâ. Cæterum notandum est, quod foramina *f* &

F ad

F ad radios directe respicientia supponam, licet non multum refert, an situs eorum sit parum obliquus, ut in apposità figurà nonà factum est.

XIX. *Experimentum istud promovetur.*

PORRO si in hoc experimento convexam lentem ut prius adhibueris, cujus focus ad imaginem cadit, foramine F (si placet) dilatato, vel opaco corpore E G prorsus ablato, ut radii per foramen longinquum *f* solummodo transeant, &, si foramen istud *f* effeceris angustius quam antea, cæteris ut prius stantibus, imaginem valde oblongam & pro longitudine lucidiorem videbis quam in casu priori. Exempli gratià, si diameter foci sit pars digiti vigessima, & si pedibus ab inde duodecim prisma cum lente disposueris, videbis longitudinem imaginis plusquam octoginta vel centum vicibus latitudine majorem. Sed in his experiendis oportet cubiculum quaquaversus bene obturatum esse, ne lux alibi quam per foramen *f* ingressa perturbet imaginem, & juxta circulares ejus extremitates obscuram reddat: Et præterea, si superficies prismatis sint accurate planæ, præstat adhibere lentem, quæ focum ad distantiam magnam projicit, puta ad 12 vel 20 pedes, modo loci amplitudo sinat, quo pacto de proportionibus imaginis melius judicium proferas. Quod si latera prismatis sint aliquantulum convexa, ut iis non-

nunquam

nunquam contingit, quæ vulgo venduntur, licebit iſtud abſque ullâ lente ſolum adhibere, & ejus convexitas radios vice lentis ad magnam diſtantiam congregabit. Quinimo, ſi cum priſmate quolibet lentem parvam adhibeas, cujus focus non ſit duobus tribuſve pedibus longinquior, imaginem conſpicies ſatis longam quidem, ſed cujus latitudo haud ſenſibilis exiſtit. Id quod propoſito noſtro non minus inſervit, quam ſi poſſes de proportione longitudinis ad latitudinem ejus accurate judicare. In iſtis etiam experiendis notetur præterea, quod lens non debet ita longe poſt priſma locari, quin poſſet ad omnes radios ſimul tranſmittendos extendi, ne imaginem ſucceſſive per partes tantum obſervare ſis coactus: Et notetur denique, quod ſi foramen F citra priſma locaveris, & lentem deinceps citra foramen iſtud, ad diſtantiam majorem ab eo quam focus radiorum, a foramine *f* longinquiori manantium, *abeſt* a *lente*, duplex erit caſus, in quo imago in papyrum projecta conſpicietur diſtincta, prout radii venientes a ſingulis punctis foraminis F, aut a ſingulis punctis foramins *f*, in totidem itidem punctis papyri colliguntur. In uno caſu imago erit alba & orbicularis, ut prius (§. 16) commonui, in alterâ autem oblonga & colorata, ſicut præſens experimentum exigit.

XX. *Magis adhuc promovetur per imaginem stellæ Veneris.*

JAM liquet ex præfatis, quod imaginis P T latitudo semper evadit eo minor, quo foramen longinquum *f* factum est angustius, ut nihil dubitandum sit, quin dicta latitudo prorsus evanesceret, si vice foraminis istius translucidi unum duntaxat punctum ibi lucidissimum existeret: atque istud sic futurum esse confirmatur ex observatione non dissimili, quam habui quondam de stellâ Veneris. Cubiculo nempe quaquaversus obturato, excepto foramine paulo plusquam duos digitos lato, ut tenebrosissimum efficeretur. In isto foramine vitrum objectivum perspicilli septempedalis callocavi, latitudine ejus ad sufficientem radiorum copiam transmittendam, duos digitos & amplius apertâ. Deinde ad distantiam septem pedum papyro transverse positâ, in eam vidi syderis imaginem ad instar puncti lucidi projectam; & interposito prismate ad distantiam pedis unius duorumve ab istâ papyro, per quod radii trajecti alio refringerentur: pro puncto illo lucido ad distantiam inde plusquam pedalem, vidi lineolam, licet non valde lucidam, facile tamen conspicuam, & cujus longitudo semissem digiti superavit, latitudo autem fuit quoad sensum nulla, saltem haud major quam ut sentiretur.

Atque

Fig 4.

Fig. 9.

Figᵘ: 5.6.7.8.

Atque idem credo de ſtellis primæ magnitudinis, uti de Sirio liceat obſervare, præſertim ſi lens adhibeatur quatuor vel ſex digitos lata, ut plures radios tranſmittat.

XXI. *Et applicatur deſcriptioni refractionis ad fig.* 1. *traditæ*

Hoc experimentum, quam bene convenit cum explicatione noſtrâ, quam de refractione radiorum, ad eundem angulum incidentium variâ, ſub initio dedi, operæ pretium videatur adnotare. In figurâ primâ ſuppoſui complures radios per eandem rectam in ſuperficiem aliquam refringentem ſucceſſive delatos eſſe, ibidemque alios aliis paulo magis gradatim refringi. Quod ſi fieri concipiatur, abunde ſequeretur, quod radii ſic refracti, ſi corpore deinceps opaco quovis, ut papyro, interciperentur, lineolam ibi lucidam depingerent. Jam licet radii a ſtellâ aliquâ venientes non omnes in eâdem rectâ pergant, tamen, quod tantundem eſt, pro parallelis haberi poſſunt, & quod a lente convexâ effecti ſunt convergentes, antequam attingant priſma; hoc adeo non deſtruit analogiam, ut eam maxime confirmet. Etenim pro ſingulis in eâdem rectâ pergentibus, debes tantum concipere tot radiorum penicillos, qui omnes habeant eundem axem, & idem punctum concurſûs; & quod iſtorum penicillorum alii

magis aliis a prismate refringuntur, ita ut eorum puncta concursûs, sive foci, qui prius, coincidêre, jam singuli cadant seorsim, lineam rectam conficientes. Ac proinde, quod axes penicillorum, qui radiis puta successivis, eousque coincidebant, donec attigere prisma, ibi per variam refractionem sint effecti divergentes, ut ad focos penicillorum in lineâ rectâ jacentes pergant.

XXII. *Circumstantia variata eidem descriptioni rursus applicatur.*

Si Prisma stellæ Veneris vicinius quam lentem collocaveris, ut radii per illud trajiciantur primo, & à lente deinde convergentes fiant, eandem lineolam ut prius videbis, licet minus conspicuam & inventu difficilliorem. Jam in hoc specimine, cum radii omnes adveniant paralleli, si æqualiter refringerentur transientes prisma, manerent postea paralleli, usque dum lenti inciderent, & in eâ proinde sic refringerentur, ut omnes deinceps ad idem punctum pergerent, & sic punctum lucidum conspiceretur. Quare, cum vice puncti istius apparet linea, concludendum est, quod omnes radii non æqualiter refringuntur.

XXIII. *Quod*

XXIII. *Quod in adductis experimentis refractiones non casu fiunt inæquales, neque aliâ causâ quam inæquali refrangibilitate.*

Si jam objiciat aliquis, quod in refractionibus quidem detur irregularitas, sed eam esse contingentem, & non ex præviâ radiorum dispositione, vel ullis certis legibus ortam; respondeo, quod imago solis præfata, si radiis nullâ lege refractis fieret oblonga, non posset in lineas rectas secundum longitudinem suam distincte terminari, sicut ad figuram quintam ostensum est. Quinetiam non omnino deberet esse oblonga, sed parte ejus mediâ & magis splendidâ in morem orbis effingi, sensibilique termino distingui ab erraticâ luce debiliori quaquaversum *dispersâ*: perinde ut sol apparet, cum nubibus pene obscuratur, vel ut ejus imago cernitur, cum trajicitur per laminam vitream parallelis planis terminatam, & halitu vel fumo levitur obductam, ut lux inter refringendum paululum conturbetur. Adhæc, si duo prismata similia A B C & *a b c* (fig. 10.) juxta ponantur secundum longitudines suas parallela, cum lateribus planis A C & *a c*, ut & B C & *b c* parallelis, & si sol transluceat utrumque in locum Z, ubi corpus opacum luci directe opponitur, radiis tamen ejus per orbiculare foramen F prius trajectis, lux

magis aliis a priſmate refringuntur, ita ut eorum puncta concurſûs, ſive foci, qui prius, coincidêre, jam ſinguli cadant ſeorſim, lineam rectam conficientes. Ac proinde, quod axes penicillorum, qui radiis puta ſucceſſivis, eouſque coincidebant, donec attigere priſma, ibi per variam refractionem ſint effecti divergentes, ut ad focos penicillorum in lineâ rectâ jacentes pergant.

XXII. *Circumſtantia variata eidem deſcriptioni rurſus applicatur.*

SI Priſma ſtellæ Veneris vicinius quam lentem collocaveris, ut radii per illud trajiciantur primo, & à lente deinde convergentes fiant, eandem lineolam ut prius videbis, licet minus conſpicuam & inventu difficilliorem. Jam in hoc ſpecimine, cum radii omnes adveniant paralleli, ſi æqualiter refringerentur tranſientes priſma, manerent poſtea paralleli, uſque dum lenti inciderent, & in eâ proinde ſic refringerentur, ut omnes deinceps ad idem punctum pergerent, & ſic punctum lucidum conſpiceretur. Quare, cum vice puncti iſtius apparet linea, concludendum eſt, quod omnes radii non æqualiter refringuntur.

XXIII. *Quod*

XXIII. *Quod in adductis experimentis refractiones non casu fiunt inæquales, neque aliâ causâ quam inæquali refrangibilitate.*

Si jam objiciat aliquis, quod in refractionibus quidem detur irregularitas, sed eam esse contingentem, & non ex præviâ radiorum dispositione, vel ullis certis legibus ortam; respondeo, quod imago solis præfata, si radiis nullâ lege refractis fieret oblonga, non posset in lineas rectas secundum longitudinem suam distincte terminari, sicut ad figuram quintam ostensum est. Quinetiam non omnino deberet esse oblonga, sed parte ejus mediâ & magis splendidâ in morem orbis effingi, sensibilique termino distingui ab erraticâ luce debiliori quaquaversum dispersâ: perinde ut sol apparet, cum nubibus pene obscuratur, vel ut ejus imago cernitur, cum trajicitur per laminam vitream parallelis planis terminatam, & halitu vel fumo levitur obductam, ut lux inter refringendum paululum conturbetur. Adhæc, si duo prismata similia ABC & *abc* (fig. 10.) juxta ponantur secundum longitudines suas parallela, cum lateribus planis AC & *ac*, ut & BC & *bc* parallelis, & si sol transluceat utrumque in locum Z, ubi corpus opacum luci directe opponitur, radiis tamen ejus per orbiculare foramen F prius trajectis,

lux

lux incidens in dictum Z apparebit distincte orbicularis, non secus quam si directe tenderet ab F, prismatibus non omnino interpositis. Fatendum est itaque, quod utriusque prismatis conjunctim refractiones sunt regulares, & proinde etiam refractiones alterutrius. Scilicet radii illi similiter incidentes, non omnes æque refringuntur in primo prismate A B C, ut neque in secundo *a b c*, tamen cum refractionis inæqualitas non contingens sit, sed oriatur ex præviâ radiorum dispositione, ideo licet varii radii varie refringuntur, tamen ejusdem radii eadem erit refractionis quantitas in utroque prismate, & quantum incurvatur a priori A B C, tantum incurvabitur a posteriori *a b c*; unde radius quilibet, utcunque sit refrangibilis, postquam ex utroque prismate emerserit, sibimet ipsi, cum nondum iis inciderat, fiet parallelus. Atque ideo, cum omnes ad easdem plagas tendant, ad quas libere tenderent, si prismatibus non interciperentur, necesse est, ut eandem orbicularem imaginem ad Z exhibeant, quam illuc libere tendentes exhiberent. Quod si imago oblonga, per refractionem unici prismatis (ut dictum est) effecta, figuram suam à radiis nullâ certâ lege divaricantibus, sed forte fortunâ huc illuc vage refractis, acquireret; cum refractiones binis prismatibus geminentur, errores etiam radiorum duplo plures evaderent, ut & duplo majores; & exinde imago ad Z fieret multo oblongior; quæ tamen experientiâ teste in orbem contrahitur.

NON-

NONNULLIS forte in suspicionem veniet, quod terminatio lucis, sive quiescentis medii confinium, diversitatem refractionis efficiat; sed huic dubitationi in promptu est remedium, efficiendo nempe ut lux a posticâ parte prismatis (sicut ad fig. 3.) solummodo terminetur, ne fiat umbræ confinis priusquam fuerit refracta. Et propterea, ne suspicio sit de variâ crassitie vitri, potest refractio ejus ad varias crassities tentari, promovendo prisma transverse juxta lucis ingressum parallelo motu, ita ut lux primo ad aciem ejus transjiciatur, deinde ad partes crassiores, & in quovis casu persimilis erit colorum apparitio. Neque multum interest, si foramen, per quod lux ingreditur, sit latius vel angustius; nam exinde nihil aliud eveniet quam lucis colores exhibentis augmentatio vel diminutio, ac tanta dilatatio vel contractio imaginis, quanta est foraminis.

EXPERIMENTO duorum parallelorum prismatum jam ante descripto constat etiam, quod hæc imaginis in longitudinem distractio non oritur ex ejusdem cujusque radii diffusione vel diffractione in complures divergentes radios; siquidem illi per iteratam diffusionem vel diffractionem, in transitu per secundum prisma tunc resolvi deberent in longe plures & magis divergentes radios. Quin & iisdem omnibus objectionibus adversatur experimentum, ubi

ubi poſterius priſma non ſtatuitur parallelum anteriori ſed perpendiculariter tranſverſum. Nam in iſto caſu, ſi anterius priſma diſtraheret imaginem in longitudinem, ob aliam quamcunque cauſam quam diverſam refrangibilitatem diverſorum radiorum, tunc poſterius priſma per tranſverſam refractionem diſtrahere deberet illam oblongatam imaginem in latitudinem, & ſic quadrilateram efficeret. Sed experimentum tentanti res ſecus evenit, imagine ſcilicet non ſecundum latitudinem dilatatâ, ſed ſolum obliquatâ per majorem refractionem extremitatis violaceæ quam rubræ. Quemadmodum videre eſt ad fig. 11. ubi imago P T per ſecundi priſmatis refractionem transfertur ad *p t*. Ex dictis, opinor, ſatis ſuperque conſtat id, quod initio propoſui demonſtrandum: quoniam autem jucunditatem intellectui & aſſenſum plerunque firmiorem harmonia rerum plurium affert, quam unici licet maxime ſcientifici argumenti teſtimonium; non erit abs re, ſi in aliud experimentorum genus præcedentibus affinium experturos breviter introducam.

XXIV. *Perſtringuntur alia experimenta præcedentibus confinia.*

IN fig. 12. ſit F foramen valde exiguum, per quod lumen ſolis trajiciatur; deinde ad diſtantiam pro lubitu magnam ſtatuatur priſma A B C, per quod

quod radii transeant refracti, prout in prioribus explicui; tum oculo pone admoto, circularis foraminis F videbis imaginem T P oblongam, cujus longitudo ad latitudinem collata, tanto major erit, quanto foramen F fiet angustius; & exinde pateat, quod radiorum alii, tendentes ad oculum per H, quasi manassent a P, sunt magis refracti, quam alii tendentes per I, quasi a T venissent; & radiis sic in oculum non secus ingressis, quam si profluxissent ab oblongo spatio P T, necesse est, ut spatium istud longum appareat luminosum.

SED cavendum est, ne foraminis F tanta sit apertura, ut nimiæ lucis introitu lædatur oculus; imo ne tanta sit, quin ut possis nudo oculo particulam solis per foramen istud quasi punctum lucidum distincte & absque ullâ circumradiatione transpicere. Verum, si lumen solis censeatur nimium huic experiendo, lumen à nubibus transmissum sufficiat; modo talis sit oculi tui dispositio, ut foramen sine radiis circumcirca superfluis distinctum cernas, antequam interponas prisma, alias imaginem ejus non cernes distinctam, neque debitâ longitudine deductam. Adhæc, liceat tandem observare, si filum albens interposito prismate aspicias; etenim filum multo latius apparebit, cum in situ ad longitudinem prismatis parallelo, quam cum in transverso statuitur. Cæterum, ut in uno comprehendam omnia, si stellam fixam primæ magnitudinis mediante pris-

ubi poſterius priſma non ſtatuitur parallelum anteriori ſed perpendiculariter tranſverſum. Nam in iſto caſu, ſi anterius priſma diſtraheret imaginem in longitudinem, ob aliam quamcunque cauſam quam diverſam refrangibilitatem diverſorum radiorum, tunc poſterius priſma per tranſverſam refractionem diſtrahere deberet illam oblongatam imaginem in latitudinem, & ſic quadrilateram efficeret. Sed experimentum tentanti res ſecus evenit, imagine ſcilicet non ſecundum latitudinem dilatatâ, ſed ſolum obliquatâ per majorem refractionem extremitatis violaceæ quam rubræ. Quemadmodum videre eſt ad fig. 11. ubi imago P T per ſecundi priſmatis refractionem transfertur ad *p t*. Ex dictis, opinor, ſatis ſuperque conſtat id, quod initio propoſui demonſtrandum: quoniam autem jucunditatem intellectui & aſſenſum plerunque firmiorem harmonia rerum plurium affert, quam unici licet maxime ſcientifici argumenti teſtimonium; non erit abs re, ſi in aliud experimentorum genus præcedentibus affinium experturos breviter introducam.

XXIV. *Perſtringuntur alia experimenta præcedentibus confinia.*

IN fig. 12. ſit F foramen valde exiguum, per quod lumen ſolis trajiciatur; deinde ad diſtantiam pro lubitu magnam ſtatuatur priſma A B C, per quod

quod radii transeant refracti, prout in prioribus explicui; tum oculo pone admoto, circularis foraminis F videbis imaginem T P oblongam, cujus longitudo ad latitudinem collata, tanto major erit, quanto foramen F fiet angustius; & exinde pateat, quod radiorum alii, tendentes ad oculum per H, quasi manassent a P, sunt magis refracti, quam alii tendentes per I, quasi a T venissent; & radiis sic in oculum non secus ingressis, quam si profluxissent ab oblongo spatio P T, necesse est, ut spatium istud longum appareat luminosum.

SED cavendum est, ne foraminis F tanta sit apertura, ut nimiæ lucis introitu lædatur oculus; imo ne tanta sit, quin ut possis nudo oculo particulam solis per foramen istud quasi punctum lucidum distincte & absque ullâ circumradiatione transpicere. Verum, si lumen solis censeatur nimium huic experiendo, lumen à nubibus transmissum sufficiat; modo talis sit oculi tui dispositio, ut foramen sine radiis circumcirca superfluis distinctum cernas, antequam interponas prisma, alias imaginem ejus non cernes distinctam, neque debitâ longitudine deductam. Adhæc, liceat tandem observare, si filum albens interposito prismate aspicias; etenim filum multo latius apparebit, cum in situ ad longitudinem prismatis parallelo, quam cum in transverso statuitur. Cæterum, ut in uno comprehendam omnia, si stellam fixam primæ magnitudinis mediante pris-

F mate

mate intuearis, ejus etiam imago conſpicietur longa. At, cum radii ſtellarum pro parallelis habeantur, ſi omnes æque refringerentur, manerent etiam paralleli, poſtquam egrediuntur e priſmate, & oculum ſic ingreſſi efficerent imaginem omnino ſimilem ſtellæ, vel puncto lucido, nullatenus oblongam; perinde ut fit, cum ſtella parallelos radios in oculum directe mittit. Videbis itaque, quod radii paralleli, ſuperficiebus planis refracti, fiunt *inclinati*; unde neceſſe eſt, ut inæqualem refractionem patiantur. In tranſitu autem notetur, quod teleſcopio, ſi placeat, primum adhibito, tum ut copia lucis ad oculum tranſmittatur, tum ut ſcintillatio, quâ fixæ ſolent quaſi coronâ cingi, minuatur, & priſmate deinceps interpoſito, videbis albicantem lineam diſtinctiorem quam prius, cum latitudine vix aut ne vix quidem conſpicuâ. His paucis de radiorum diverſâ refrangibilitate narratis, quorum ſenſus plenior in ſequentibus, ubi de coloribus agitur, eluceſcet; reſtat, ut refractionum quantitates & menſuræ jam determinentur.

SECTIO

Sectio Secunda.

De mensurâ refractionum.

XXV. *De mensurâ refractionis dati generis radiorum, è quâvis incidentiâ datâ.*



EFRACTIONES ope angulorum, quos incidentes & refracti radii cum perpendiculo refringentis plani constituunt, quasi datam rationem habentium, a veteribus determinatæ fuerant. Quemadmodum si in *fig. 13.* I H *sit* planum refringens, cui linea D C E ad aliquod ejus punctum C perpendiculariter insistit, & in illud C radius quilibet A C incidat, & refringatur ad R; posito refractum radium C R in plano A C I jacere, quod refringenti plano perpendiculare est; suppofuere veteres, quod angulus incidentiæ A C D, angulus refractionis R C E, & angulus refractus R C F semper sint in datâ quâdam ratione; vel potius hypothesin credidêre satis accuratam esse, ubi radii a perpendiculo non multum divaricant. Sic in vitro statuerunt angu-

lum refractionis quasi triplum esse anguli refracti. At illa refractionum æstimatio minus exacta deprehenditur, quam ut pro fundamento Dioptrices debet statui, & Cartesius aliam regulam primus * excogitavit, quâ istud exactius determinaretur; ponendo dictorum angulorum sinus esse in ratione datâ. In fig. 13. si centro C & distantiâ quâlibet A C circulus describatur, secans radios præfatos in A & R, & ab istis punctis ad plani perpendiculum D C E demittantur normales A D & R E, ipsarum A D & R E proportio erit eadem perpetuo. Cujus rei veritatem auctor non ineleganter demonstrasset, modo de causis physicis, quas assumpsit, nullum dubitandi locum reliquisset. Ut & quoniam instrumentis, in istum finem accurate instructis, examinarunt aliqui, & veritati (quoad sensum) exacte convenientem adinvenerunt, non dubitamus pro fundamento statuere, hoc solum adhibito moderamine, quod, cum is de quibuslibet radiis indifferenter affirmarit, quasi omnium persimilis fuisset refractio, nos tantum affirmamus de singulis eorum generibus seorsim spectatis, ponendo quod radiorum æque refrangibilium sinus refractionis sunt ut sinus incidentiæ. Concipiamus aliquot genera radiorum secundum lineam A C in fig. 14. esse allapsa

* Postea Newtonus intellexit Snellium refractionis legem primum invenisse, & Cartesium suum theorema a consimili Snellii propositione deduxisse. Vid. Newtoni Principia in Schol. Prop. 96, Lib. 1.

ad

ad punctum C, ibique refracta per superficiem I H, puta mediocriter refrangibiles radios in C R, minime refrangibiles in C T, & maxime refrangibiles in C P, ac innumeros alios, gradibus intermediis plus minus refrangibiles, per totum spatium T C P diffusos esse. Jam si ducatur D C G perpendicularis ad planum refringens I H, & centro C distantiâ quâvis A C circulus (ut prius) describatur, secans radios dictos in A, P, R, T, atque ex istis punctis demittantur perpendiculares A D, P G, R E, T F pro sinubus angulorum A C D, P C G, R C E, T C F; pono, quod, utcunque radii incidant, tamen semper erit A D ad P G in eâdem ratione; quâ semel cognitâ regulam habes pro refractione radiorum maxime refrangibilium in eandem superficiem ad angulum quemvis incidentium mensurandâ: Et sic semper erit A D ad T F in eadem ratione, quâ cognitâ regulam habes quâcum refractio minime refrangibilium in quavis incidentiâ determinabitur. Atque idem de ratione ipsius A D ad R E, & ad sinum cujusvis intermedii generis concipiatur.

XXVI. *De conferendis refractionibus radiorum diversi generis.*

PORRO autem, cum sinus P G, R E, T F cæterique datam habeant rationem ad sinum A D, datam quoque rationem inter sese habebunt; atque adeo, si ex

si ex unicâ observatione proportionem sinuum P G, R E, T F & reliquorum ad radios ex eâdem incidentiâ refractos pertinentium cognoveris, regulam exinde habebis, quâcum ex sinu refractionis cujusvis generis radiorum & in istam superficiem utcunque incidentium dato, cæterorum omnium ex eâdem incidentiâ prolabentium sinus elicias, licet quænam sit eorum incidentia non innotuerit. Quinimo, si omnium A D, T F, R E, P G, &c. proportiones inter se semel cognoscantur, habito respectu ad eadem media refringentia, regulam habes pro cæteris omnibus exquirendis ex unico quovis unquam dato. Itaque, quo rationes istorum sinuum investigentur, convenit, ut in aliquo radiorum genere proportio sinus incidentiæ ad sinum refractionis primum exquiratur; deinde, ut proportiones sinuum refractionis pro radiis diversorum generum, ad eundem angulum incidentium, determinentur.

XXVII. *Ad sinus incidentiæ & refractionis conferendos adhibetur mediocre genus radiorum.*

Ad sinus incidentiæ cum sinubus refractionis conferendos, commodum erit, ut medium genus eligatur, puta genus illud radiorum, qui viriditatem, vel potius colorem viridi & cæruleo intermedium, exhibent. Credo enim illos, qui refractiones antehac

hac mensuravêre (sive id factum sit, ut jam dicta hypothesis Cartesii probaretur, sive aliis de causis) credo illos, inquam, mensuram instituisse ad medietatem refractæ lucis; hoc est, si spatium a coloribus occupatum spectemus, ad confinium viridis & cærulei: Aut si spectemus quantitatem, ad medietatem viridis; & præterea punctum istud pro principali foco lentium habendum esse videtur, in quod intermedium genus radiorum convergit. Atque etiam, si quando de radiis indistincte differendum est, ut hactenus apud Opticæ peritos consueverit, genus mediocre commodius quam extremorum aliquod pro omnibus haberi potest.

XXVIII. *Modus explorandi sinuum istorum rationes.*

PORRO, çum forte desideretur accuratius examen dictæ regulæ Cartesianæ, quam antehac instituebatur, dum varia radiorum refrangibilitas experientes latuit, primo dicam, quo pacto id non incommode fiat. Quoniam fluidi pellucidi superficies refringentes facile possint inclinari ad quemvis datum angulum, quod solido non est concessum, fluida in hunc finem fuerunt adhibita; sed instrumento magis laborioso, quam opus erat, & erroribus forte magis obnoxio, quam si omni apparatu privaretur, demptâ trabe cui vasculum aquæ plenum affigitur. Sit itaque

itaque HK in fig. 15. vectis ligneus duas tresve ulnas longus aut amplius, satis crassus ne ob longitudinem & pondus minime inflecti queat, quadrilaterus, rectangulus & rectus, cum lateribus oppositis exacte parallelis. Tum lamellæ duæ HI & KL super unum ejus latus ad angulos rectos erigantur; KL proxime ad unam extremitatem, & HI quasi quatuor digitos ab alterâ distans, quarum longitudo sit trium digitorum quatuorve, latitudo autem duorum vel trium. Deinde sumatur vasculum aliquod cylindricum vel prismiforme CF duos tresve digitos latum, longum vero quatuor vel quinque. Ejus basis super lamellam HI cemento aliquo duro & tenaci figatur, ac in eo situ firmetur ope trabis HK ultra lamellam dictam HI productæ. Tum trajiciatur ejus fundum in medietate, & lamella simul parvo foramine F, puta decima parte digiti lato, & juxta foramen istud in alterâ lamellâ notetur punctum R, quod æque distat a trabe ac dicti foraminis centrum; ita scilicet ut linea FR per centrum foraminis ad R ducta sit parallela longitudini trabis. Denique sumatur lamella vitrea, plana, polita & uniformiter crassa, eaque applicetur ad planitiem lamellæ HI vasculo CF obversam super foramen F, & cemento figatur ita, ut vasculum istud aquæ (quâ repleatur) non sit pervium; & cum normâ aliquâ fiat periculum, an illa vitrea lamella perpendiculariter insistat trabi. Quod si non contingat, corrigatur situs, donec sit exacte perpendicularis. In cujus rei

rei gratiam convenit, ut dicta lamella vitrea ſit tres vel quatuor digitos longa & lata, quo de ſitu ejus melius judicare liceat. Inſtrumento hoc ſic fabricato & aquâ vaſi C F pluſquam ad medietatem ejus infuſâ, illud in radiis ſolaribus ita ſtatuatur, ut in ſuperiori ſuperficie aqueâ refracti perpendiculariter emergant ad foramen F, rectaque progrediantur verſus laminam K L, rubedine ad F, purpurâ ad P, & viridi vel confinio cærulei & viridis ad R incidentibus. Convenit autem, ut dicta lamina K L dealbetur, aut albente papyro veſtiatur, quo de coloribus judicium certius feras. Interea vero cum quadrante aliquo amplo & exacte fabricato *e k r* quæratur inclinatio trabis H K ad horizontem, & habebis angulum refractionis *e k r*, & ejus ſinum *e r*. Tum ſolis altitudo ſtatim inquiratur, ejuſque complementum ad 90 grad. A *k* D erit angulus incidentiæ & A D ſinus. Quibus ſinubus ad invicem collatis & experimento ad diverſas ſolis altitudines repetito, conſtabit, an ſinuum ratio ſemper ſit eadem. Quod ſi velis, ut experimenta varia ſimul fiant, aut ad minorem incidentiam, quam ſit complementum maximæ altitudinis ſolaris, vice radiorum a ſole directe manantium poſſis adhibere reflexos.

itaque H K in fig. 15. vectis ligneus duas tresve ulnas longus aut amplius, satis crassus ne ob longitudinem & pondus minime inflecti queat, quadrilaterus, rectangulus & rectus, cum lateribus oppositis exacte parallelis. Tum lamellæ duæ H I & K L super unum ejus latus ad angulos rectos erigantur; K L proxime ad unam extremitatem, & H I quasi quatuor digitos ab alterâ distans, quarum longitudo sit trium digitorum quatuorve, latitudo autem duorum vel trium. Deinde sumatur vasculum aliquod cylindricum vel prismiforme C F duos tresve digitos latum, longum vero quatuor vel quinque. Ejus basis super lamellam H I cemento aliquo duro & tenaci figatur, ac in eo situ firmetur ope trabis H K ultra lamellam dictam H I productæ. Tum trajiciatur ejus fundum in medietate, & lamella simul parvo foramine F, puta decima parte digiti lato, & juxta foramen istud in alterâ lamellâ notetur punctum R, quod æque distat a trabe ac dicti foraminis centrum; ita scilicet ut linea F R per centrum foraminis ad R ducta sit parallela longitudini trabis. Denique sumatur lamella vitrea, plana, polita & uniformiter crassa, eaque applicetur ad planitiem lamellæ H I vasculo C F obversam super foramen F, & cemento figatur ita, ut vasculum istud aquæ (quâ repleatur) non sit pervium; & cum normâ aliquâ fiat periculum, an illa vitrea lamella perpendiculariter insistat trabi. Quod si non contingat, corrigatur situs, donec sit exacte perpendicularis. In cujus

rei

rei gratiam convenit, ut dicta lamella vitrea sit tres vel quatuor digitos longa & lata, quo de situ ejus melius judicare liceat. Instrumento hoc sic fabricato & aquâ vasi C F plusquam ad medietatem ejus infusâ, illud in radiis solaribus ita statuatur, ut in superiori superficie aqueâ refracti perpendiculariter emergant ad foramen F, rectaque progrediantur versus laminam K L, rubedine ad F, purpurâ ad P, & viridi vel confinio cærulei & viridis ad R incidentibus. Convenit autem, ut dicta lamina K L dealbetur, aut albente papyro vestiatur, quo de coloribus judicium certius feras. Interea vero cum quadrante aliquo amplo & exacte fabricato *e k r* quæratur inclinatio trabis H K ad horizontem, & habebis angulum refractionis *e k r*, & ejus sinum *e r*. Tum solis altitudo statim inquiratur, ejusque complementum ad 90 grad. A *k* D erit angulus incidentiæ & A D sinus. Quibus sinubus ad invicem collatis & experimento ad diversas solis altitudines repetito, constabit, an sinuum ratio semper sit eadem. Quod si velis, ut experimenta varia simul fiant, aut ad minorem incidentiam, quam sit complementum maximæ altitudinis solaris, vice radiorum a sole directe manantium possis adhibere reflexos.

XXIX. *Modus explorandi vim refractivam solidi cujusvis aere circundati.*

Cum eandem sinuum incidentiæ & refractionis rationem alicui radiorum generi, utcunque in eandem quamvis superficiem incidenti, perpetuo competere sat exploratum fuerit, proponatur exquirere rationem illam ad superficiem data quælibet media disterminantem, idque unico experimento. Si aer sit unum ex datis mediis & liquor quilibet alterum, instrumentum novissime descriptum non incommode potest adhiberi. Sin mediorum alterum sit solidum, res expedite perficitur ad diagramma 16. In ejus explicationem præmittantur duo sequentia lemmata.

LEMMA I.

In fig. 16. Sit A B C prisma ex materiâ quâvis pellucidâ confectum, cujus axis sit horizonti parallelus & perpendicularis ad radios solis; & præterea sit ejus positio talis, ut dictos radios O X æque confringat, ingredientes ad X & egredientes ad Y. Istud autem, quo pacto debet fieri, ostensum fuit ad §. 10. Jam dico, quod angulus refractionis ad alterutram refringentem superficiem ut A C factæ, sit æqualis dimidio verticalis anguli prismatici

A C B:

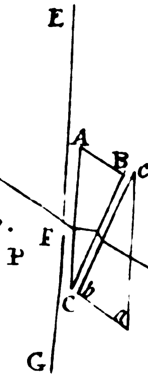


Fig:10.

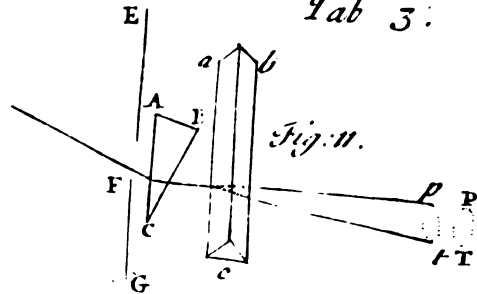


Fig:11.

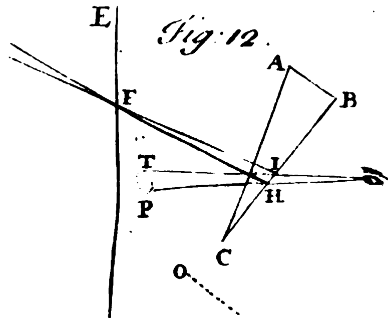


Fig:12.

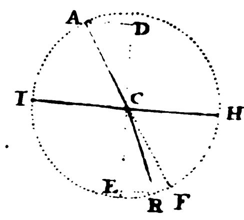


Fig.13.

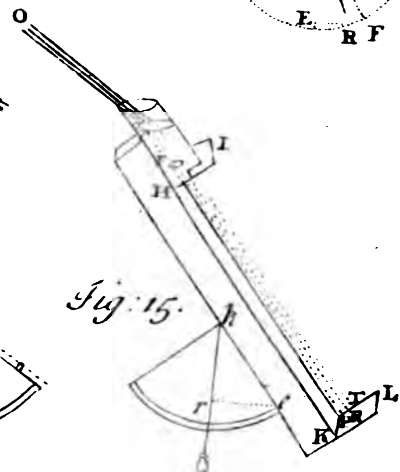


Fig.15.

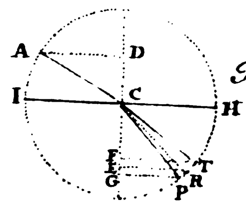


Fig:14.

ACB: ſcilicet ad punctum incidentiæ X erigatur perpendicularis HX, erit HXY angulus refractionis ad ſuperficiem AC. Porro demittatur CI perpendicularis in radium XY, & iſta biſecabit angulum YCX, propterea quod triangulum YCX (ob æqualitatem refractionis in X & Y) ſit iſoſceles. Dico itaque, quod anguli HXY & ICX æquantur: Nam ang. AXY = ang. XIC + ICX (per 32. 1. Elem.) ſed anguli AXH & XIC ſunt recti. Ergo reſidui HXY & ICX æquantur. Q. E. D.

LEMMA II.

Adhæc, ſi radius incidens OX & emergens YN indefinite producantur occurrentes in G, & præterea, ſi recta quævis KL horizonti parallela radiis iſtis trajiciatur, conſtituens triangulum GKL, &, cum refractus radius YN tendit ſurſum, ſi ſumma angulorum LKX & KLY ſumatur, aut eorum differentia, cum iſte YN tendit deorſum: Dico, quod illius ſummæ vel differentiæ dimidium, una cum angulo refractionis HXY, æquabitur angulo incidentiæ HXG. Nam dicta ſumma vel differentia æquatur angulo NGK (per 32. 1. Elem.) hoc eſt angulis GXY + GYX, &, cum triangulum GYX ſit iſoſceles, dictæ ſummæ vel differentiæ dimidium æquabitur angulo refracto GXY, qui cum angulo refractionis YXH conſtituit angulum incidentiæ. Q. E. D.

A C B: ſcilicet ad punctum incidentiæ X erigatur perpendicularis H X, erit H X Y angulus refractionis ad ſuperficiem A C. Porro demittatur C I perpendicularis in radium X Y, & iſta biſecabit angulum Y C X, propterea quod triangulum Y C X (ob æqualitatem refractionis in X & Y) ſit iſoſceles. Dico itaque, quod anguli H X Y & I C X æquantur: Nam ang. A X Y = ang. X I C + I C X (per 32. 1. Elem.) ſed anguli A X H & X I C ſunt recti. Ergo reſidui H X Y & I C X æquantur. Q. E. D.

LEMMA II.

ADHÆC, ſi radius incidens O X & emergens Y N indefinite producantur occurrentes in G, & præterea, ſi recta quævis K L horizonti parallela radiis iſtis trajiciatur, conſtituens triangulum G K L, &, cum refractus radius Y N tendit ſurſum, ſi ſumma angulorum L K X & K L Y ſumatur, aut eorum differentia, cum iſte Y N tendit deorſum: Dico, quod illius ſummæ vel differentiæ dimidium, una cum angulo refractionis H X Y, æquabitur angulo incidentiæ H X G. Nam dicta ſumma vel differentia æquatur angulo N G K (per 32. 1. Elem.) hoc eſt angulis G X Y + G Y X, &, cum triangulum G Y X ſit iſoſceles, dictæ ſummæ vel differentiæ dimidium æquabitur angulo refracto G X Y, qui cum angulo refractionis Y X H conſtituit angulum incidentiæ. Q. E. D.

His præmissis problema propositum sic perficitur. Primo mensuretur angulus verticalis prismatis A C B, & ejus dimidium erit angulus refractionis. Dein prismate in positione præfatâ disposito, per quod radii trajiciantur ingressi foramen F, ope quadrantis M N P Q ampli & accurati, (puta cujus pinnarum M & N distantia sit pedis unius ad minimum) exploretur angulus Y L K vel P *k* Q, quem refracti radii Y M N cum horizonte constituunt, faciendo ut mediocriter refrangibiles per pinnas M & N ad distantiam decem aut viginti pedum a prismate trajiciantur, & simul observetur solis altitudo X K L: Qui duo anguli addantur, si refracti radii Y M N sursum tendant, sicut in schemate describitur, alias minor substrahatur a majori; & summæ vel differentiæ dimidium una cum angulo refractionis prius invento erit angulus incidentiæ, ut pateat per lemma secundum. Denique ex angulis incidentiæ & refractionis sic datis, dantur eorum sinus. Q. E. F.

XXX. *Exemplum in refractione cujusdam generis vitri.*

Sic in prismate quodam vitreo dimensus sum angulum ejus maximum A C B & inveni 63 grad. 12 min. cujus dimidium H X Y est 31. gr. 36 m. ejusque

que ſinus 5240, poſito ſinu 90 gr. 10000. Deinde, cum altitudo ſolis O K L obſervabatur eſſe 14 gr. 4 min. alter angulus M L K, a radio Y N ad medium viriditatis tendente conflatus, erat 30 gr. 52 m. quorum ſumma eſt 44°. 56'. ejuſque dimidium Y X K 22°. 28'. quod una cum angulo refractionis H X Y facit 54°. 4'. angulum incidentiæ, cujus ſinus eſt 8097. Denique conferendo ſinus jam inventos, ut eorum proportio in minimis terminis haberetur, inveni eſſe ut 11 ad 17 fere. Quare pro regulâ generali ſtatuendum eſt, quod radiorum viriditatem exhibentium ſinus incidentiæ ex aere in vitrum quodvis æque refractivum ac illud priſma, ſit ad ſinum refractionis ut 17 ad 11.

HAUD ſecus dimetiendo refractionem radiorum colorem inter viridem & cæruleum exhibentium, inveſtigatur 45°. 8'. pro duplo anguli refracti, cujus dimidium 22°. 34' una cum angulo refractionis 31°. 36' dat angulum incidentiæ 54°. 10', ejuſque ſinus 8107 eſt ad ſinum refractionis 5240 ut 82 ad 53 proxime.

XXXI *Modi præfati commoditas.*

HUJUS autem modi commoditas in menſurandis refractionibus ex eo conjicietur, quod inſtrumento nullo hic opus eſt, dempto quadrante & priſmate

cujus

cujus refractio desideratur; quod refractionem, dum geminetur, factam ad X & Y exinde certius metiri possis; & quod facillimum sit prisma in desiderato situ disponere, ut supra ostenditur: Imo quod parvus error a situ desiderato fere nihili sit, dum quoad sensum haud inde mutabitur angulus refractus MGK, ut experienti patebit. Quippe angulus iste hic minimus est, & quantitatum per motum generatarum, cum maximæ existant vel minimæ, hoc est in momento regressûs, motus ut plurimum sunt infinite parvi. Sic verbi gratiâ, in fig. 17, si centro C describatur circulus *l* L *l*, & extra eum sumatur punctum quoddam G, ducaturq; G I C, & erigatur normalis G K. Deinde, si concipiatur, quod punctum *l* moveatur uniformiter in illius circuli circumferentiâ, per quod punctum recta quædam G *l* circa centrum G rotata perpetuo transeat; manifestum est, quod quo major sit angulus C G *l*, sive quo minor angulus K G *l*, eo minor erit motus angularis ipsius G *l*; & cum angulus C G *l* sit maximus sive angulus K G *l* minimus, hoc est in momento regressûs (recta G *l* tunc circulum in L tangente) motus ejus erit infinite parvus, & quoad sensum nullus, parvusque error a puncto contactûs L nullam sensibilem variationem in angulis istis K G L & C G L producet. Et ad eundem fere modum, parva convolutio prismatis haud omnino mutabit angulum M G K, cum iste sit minimus, sive complementum ejus maximum. Quod si pris-

ma

ma disponeretur in quovis alio situ, quam hic describitur (puta cum radii perpendiculariter ingressi ad egressum duntaxat refringuntur) minimus error ab isto desiderato situ multum mutaret angulum refractum, & sic experientia foret incertitudini & erroribus multo magis obnoxia.

XXXII. *Regula de investigandâ refractione mediorum sibi ipsis contiguorum, quorum aeri contiguorum refractiones cognoscantur.*

In majorem hujus rei copiam, quia dantur aliqui casus, ubi refractiones per modos jam descriptos haud possint mensurari, (ut cum refractio fit ex vitro in crystallum, ex aquâ in vitrum, vel ex uno liquore in alium) & nequa omnino sit refringens superficies, cujus refractio nequit investigari, problema sequens lubet proponere.

Datis refractionibus, quas duo media alicui tertio contigua conficiunt, illorum sibi ipsis contiguorum refractiones invenire.

In Fig. 18. sunto duo media proposita A & B, quorum superficiei disterminantis refractio quæritur, & sit C medium tertium cujus superficiei ipsis A & B contiguæ refractiones dantur. Sitque sinus inci-

incidentiæ ad ſinum refractionis ex medio C in medium A ſicut I ad R, & ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis ex eodem medio C in alterum medium B ſicut *j* ad *r*. Dico, quod ſit I × *r* R × *j* :: ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis ex medio B in medium A.

VERBI gratiâ, ſi proponatur inveſtigatio refractionis ex aquâ in vitrum, datâ refractione ex aere in utrumque, ſitque ſinus incidentiæ ex aere in vitrum ad ſinum refractionis ut 17 ad 11, & ſinus incidentiæ ex aere in aquam ad ſinum refractionis ut 4 ad 3. Quare ſinus iſtos multiplicando reciproce, erit ut 17 × 3 ad 11 × 4, ſive ut 51 ad 44, ita ſinus incidentiæ ex aquâ in vitrum ad ſinum refractionis. Et ſic cognitâ refractione ex aere in quævis alia media propoſita, poſſis adipiſci eorum refractionem inter ſe, & è contra.

XXXIII. *Regulæ ejus demonſtratio.*

CÆTERUM demonſtratio hujus non eſt omittenda, in quem finem præſternatur lemma ſequens. Si media duo propoſita A & B in fig. 18. concipiantur eſſe planis parallelis terminata, contigua, & dicto medio tertio (puta aere) circumdata, & radius quilibet O N, oblique incidens ad N, refringatur

fringatur primo ad M, ac deinde ad L, & emergens pergat ad K. Dico radium incidentem ON sibi emergenti LK parallelum esse: Cujus quidem assertionis veritas experientiâ patet. Etenim ponatur medium A esse vitrum, & medium B esse aquam; mediumque tertium circundans esse aera: Et laminæ vitreæ A superficies SMR tenuiter illinatur aquâ B, & statuatur parallela ad horizontem, ut aqua consistat uniformiter crassa. Quo facto videbis, quod radii, per utrumque medium A & B trajecti, tendent ad easdem plagas, versus quas tenderent a sole directi.

PRÆMISSO hoc, erigantur *j* N *r*, HMG, & RLI perpendiculares ad refringentia puncta N, M & L; est ergo *j* ad *r* ut sinus anguli ON*j* ad sinum anguli MN*r* sive NMH, & multiplicando rationem antecedentem per I, fiet I x *j* ad I x *r* ut sinus ipsius ON*j* ad sinum ipsius NMH. Porro est I ad R, hoc est, I x *j* est ad R x *j* ut sinus anguli KLI ad sinum anguli MLR, hoc est, ut sinus anguli ON*j* ad sinum ipsius LMG. Jam permutando terminos utriusque proportionis, fiet I x *j*: sin. ON*j* :: I x *r*: sin. NMH, & I x *j* sin. ON*j* :: R x *j*. sin. LMG. Quare ex æqualitate rationis est I x *r*. R x *j* :: sin. NMH. sin. LMG. Q. E. D.

XXXIV. *Modus dimetiendi refractiones solidorum ad fluida accommodantur.*

Ex hisce sic ostensis, problema non inutile proficiscitur, quo refractiones fluidorum eodem modo metiri possis, ac de solidis ostensum est ad fig. 16. non adhibito instrumento H L K quod in fig. 15 describitur. Scilicet ex laminis vitreis, in morem cunei connexis, vasculum prismiforme conficiatur, cujus acies sive angulus verticalis sit grad. 86 circiter, vel 90. Istius autem anguli quantitatem exactissimâ mensurâ cognitam habebis, ejusque dimidii sinum pro sinu refractionis semper statues. Quo peracto, cum liquoris alicujus vis refractiva desideratur, vasculum cum illo liquore impleatur, & in tali situ disponatur, ut acies a concursu refringentium planorum constituta, sit parallela ad horizontem, & perpendicularis ad radios solares; atque ut illi radii, per præfata refringentia plana trajecti, refractiones ad ingressum & egressum æquales patiantur. Et ope quadrantis, ut ostensum erat ad fig. 16. exploretur angulus incidentiæ, cujus sinus ad præfatum sinum refractionis erit ut sinus incidentiæ ad sinum refractionis ex aere in liquorem propositum.

XXXV. *Re-*

XXXV. *Refractio aquæ, prout ipse dimensus sum, in specimen ejus rei adducitur.*

INSTANTIÆ gratiâ, quo aquæ refractionem cognoscerem, curavi, ut prisma ligneum conficeretur, quale est A B *c* in fig. 19. cujus ille angulus A C B, quem pro verticali designabam, foret rectus, cæterique duo semirecti; & effeci, ut refringentia plana A *c* & B *c* per meditullium trajicerentur foramine F, parallelo ad basem A *b*, per quod foramen lux itura esset; & ut tertium planum A *b* foderetur in G, usque dum aditus ad foramen F transverse pertingeret. Dein sumptis duabus ex vitro lamellis, quas speculum confractum mihi subministravit, unam desuper meditullium plani B *c* cæmento fixi, & alteram super meditullium alterius plani A *c*, ut meatus F utrinque clauderetur. Tum aquam pluvialem per orificium G in excavatum spatium infudi, & cum operculo ex subere conciso clausi. Atque adeo aqua, duabus vitreis lamellis ad angulum rectum inclinatis interjecta, vices subibat aquei prismatis habentis angulum rectum. Eas autem laminas rectum angulum exacte comprehendere ex applicatione normæ cognovi, cujus ideo dimidium grad. 45 pro angulo refractionis habendum est. (Lem. 1. §. 29.) Hoc prisma dein ita statuebam ad ingressum lucis in obscurum cubiculum, ut eadem foret utrinque refractionis quantitas, & ex altitudine

 solis,

ſolis, & refractorum radiorum, viriditatem exhibentium, inclinatione ad horizontem, inveni angulum refractum eſſe 51°. 16′, cujus dimidium 25°. 38′. una cum angulo refractionis 45° dabit angulum incidentiæ 70°. 38′. Horum vero angulorum 70°. 38′ & 45° ſinus ſunt 9434 and 7071 reſpectu ſinûs 90 grad. ſeu 10000; quorum quidem numerorum ratio eſt paulo minor quam Carteſiana 250 ad 187, & paulo major quam 4 ad 3, nempe 4, 002 ad 3, quæ tamen a ratione $\frac{4}{3}$ tam parvâ differentiâ recedit, ut error fuit inſenſibilis, ſi poſuerim eſſe ut 4 ad 3, idque maxime cum aquæ refractio non perpetim eadem maneat, ſed a caloris viciſſitudine nonnihil patiatur, varioſque denſitatis gradus induat: Quod idem & aeri circumdanti contingit, qui a vaporibus etiam non ſolum varie incraſſatur, ſed & arctius (auctâ atmoſphæræ gravitate) vel laxius comprimitur. Adde, quod aquarum ex diverſis terrarum regionibus ſcaturientium, aut vi ſolis in vapores & pluviam deinde converſarum, diverſæ ſint denſitates, & internæ diſpoſitiones ad refringendum, ortæ ex variis mineralium tincturis, quas è locis ſubterraneis extrahunt, & exhalationibus varie craſſis & copioſis, quæ ſimul cum vaporibus in altum attolluntur.

XXXVI. Præ-

XXXVI. *Prefatorum demonstratio.*

PROBLEMATIS hujus de refractionis fluidorum mensurâ sic soluti, veritas constabit ex ostenso, quod refractionis in hoc prismate, ex aquâ & vitris composito, eadem sit quantitas, quæ foret, si vitrum tolleretur, & aqua sola maneret aere circundata. Sit itaque A B C prisma in fig. 20. confectum ex laminis vitreis A C *f d* & B C *f e* (ut dictum est) & aquâ *d f e* repletum. Et concipiatur, quod D E F sit aqueum prisma, immediate circundatum aere, & omnino simile aquæ *d e f* circumclusæ vitro, similiterque positum, & incidant radii paralleli O N, O X in utrumque, quorum alter O N refractus in N, M, L & K tendit ad H; alter vero O X refractus in X & Y tendit ad Z. Dico jam, quod emergentes K H & Y Z erunt paralleli, atque adeo, quod in utroque prismate, tota refractionum quantitas erit eadem. Etenim in fig. 18. si radius *o m* ipsi O N parallelus incidet in vitream laminam A, emergatque in *l k*, notum est, quod radius *l k* erit parallelus ipsi *o m*, hoc est, ipsis O N & L K; & cum *lk* & L K sint paralleli, erunt etiam *m l* & M L paralleli. Unde liquet propositum, quod quantitas refractionis ex aere in medium quodvis propositum sit eadem, sive radii immediate ingrediantur istud medium ex aere (ut fit ad *o m l*) sive

prius

prius permeent aliud medium interpositum & parallelis planis terminatum, (uti fit ad O N M L) & è contra. Atque idem intellige, cum vice aeris aliud quodpiam adhibetur medium. Quare in fig. 20, cum paralleli radii O X & O N incidant in prismata D F E & A C B similia & similiter posita, refractionis quantitas ex aere in aquam erit eadem, sive radii immediate intrent, ut videre est ad D E F, sive prius permeent lamellam vitream A *d f* C; hoc est, radius X Y semel refractus erit parallelus M L bis refracto, & ob eandem rationem cum X Y & M L sint paralleli, radii emergentes Y Z & K H erunt etiam paralleli. Quare, cum radii incidentes & emergentes sint paralleli, refractio tota prismatis utriusque erit eadem. Atque adeo, cum aqueum prisma aeri contiguum, propter aquæ fluiditatem fabricari nequeat, ejus vice liceat adhibere vitreum prisma cum aquâ repletum. Q. E. D.

ET sic modus generalis, quo refractiones ex aere in quælibet media proposita determinentur, ostensus est; facillimus quidem & erroribus minime obnoxius, præsertim si angulus prismatis sit magnus & exacte cognitus, quadrans magnus & accuratus, & observatio facta longe post prisma, ubi colores multum dilatati facilius distinguuntur. Et præterea, cum refractiones inter aerem & media proposita sic experientiis determinantur, indicata est regula (§. 32.) quâ mediorum eorundem sibi ipsis con-

contiguorum refractiones eliciantur. Quod satis est in gratiam primi casûs, de refractionibus dimetiendis, cum in eodem quopiam radiorum genere proportio sinus incidentiæ & refractionis quæritur, ostendisse.

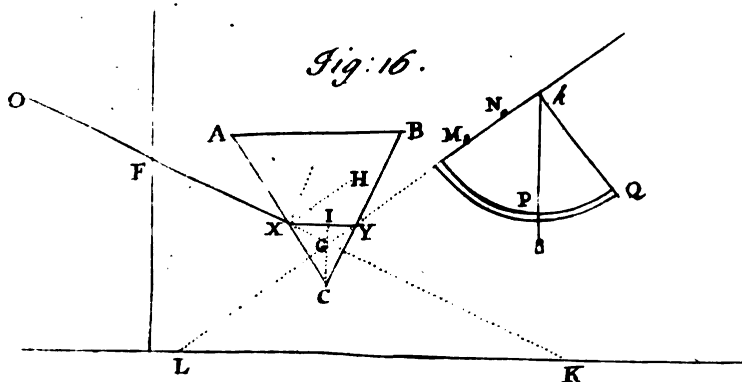
XXXVII. *Radiorum diversi generis refractiones conferuntur, & maximæ refrangibilitatis differentia investigatur.*

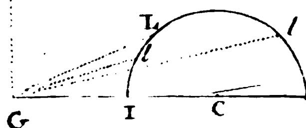
PROSEQUENDUS est jam alter casus, ubi heterogeneorum radiorum refractiones conferendæ sunt. Quod autem sinus refractionis cujusque radiorum generis sit ad sinum incidentiæ in datâ quâdam ratione, experiri possis dimetiendo refractiones singulorum insigniorum generum, juxta varias obliquitates in medium aliquod refringens seorsim incidentium, veluti in aquam (ad fig. 15) in vase stagnantem, vel in prismata vitrea, quorum diversæ sint quantitates angulorum verticalium. Nam per unum prisma proportiones sinuum ad singula radiorum genera investigare possis, prout ostenditur ad fig. 16, deinde per alia prismata (vel ejusdem prismatis alios seu minores seu majores angulos) exquirere, an eædem proportiones in aliis obliquitatibus obveniant. Atque ita (observationibus accuratissime factis) simul constabit, refractiones cujusque generis radiorum secundum certas rationes sinuum

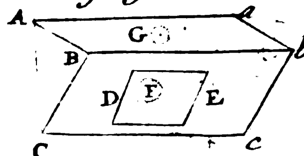
peragi,

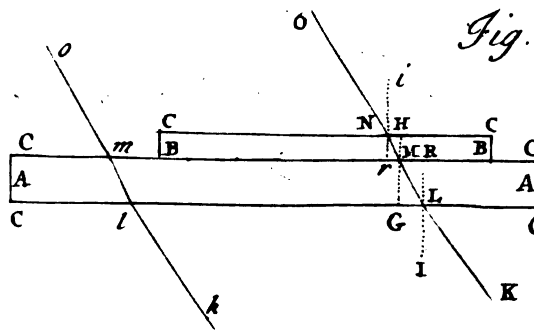
peragi, & iſtorum ſinuum rationes innoteſcent. Impræſentia vero, cum eandem eſſe cujuſque radii refractionem cognoverim, ſive heterogeneis radiis (ut in lumine ſolis nondum refracto) commiſtus incidat, ſive ab heterogeneis prius ſeparetur: oſtendam quomodo per refractionem immediati luminis ſolaris hæ proportiones obtineri poſſint, imprimis determinando proportiones ſinuum refractionis inter ſe reſpectu ejuſdem incidentiæ, ac deinde cum communi ſinu incidentiæ conferendo. Et quoniam de intermediis radiorum generibus facile eſſet judicium ferre, ſi modo refractiones extremorum eſſent cognitæ, ſatisfecero, ſi radios maxime omnium refrangibiles cum minime refrangibilibus comparavero. Itaque in fig. 21. ſit A B C priſma vitreum ita poſitum, ut radii tum ingredientes tum egredientes eandem quantitatem refractionis ut prius patiantur. Dies autem ſeligatur ſplendidus, & cubiculum eſto valde obſcurum, ut colores uſque ad ultima, quæ occupent, ſpatia diſtincte ſatis videri poſſint. Tunc ad diſtantiam viginti pedum aut amplius a priſmate, radii excipiantur in papyrum aliquam directe obverſam, & ſpatii a coloribus illuminati (ut P T) longitudo & latitudo menſuretur. Sic priſmate adhibito, cujus angulus verticalis A C B fuit 63°. 12′, & latitudine foraminis radios intromittentis exiſtente quartâ parte digiti, ad diſtantiam X P vel X T 22 pedum, inveni maximam longitudinem imaginis P T eſſe $13\frac{1}{4}$ dig. circiter, & latitudinem $2\frac{1}{8}$, dig.

Jam


Fig: 16.
O
F
A
B
H
I
X
Y
G
C
L
K
N
k
M
P
Q


K
Fig: 17.
L
l
l
G
I
C


Fig: 19.
A
a
G
B
b
D
F
E
C
c


Fig: 18.
o
O
i
C
N
H
C
C
m
B
M R
B
C
A
r
A
L
C
l
G
C
I
k
K

Jam si latitudo hujus imaginis ab ejus longitudine subtrahatur, manebit 10¼ digiti pro longitudine, quam habere debuisset, si solis discus (& foraminis F diameter) fuisset infinite parvus; hoc est, si radii advenissent omnes in eâdem rectâ O F. Ista itaque linea 10¼ dig. subtendit angulum, quem radii duo similiter incidentes per inæqualitatem refractionis constituunt, quorum alter maxime omnium similiter incidentium & alter minime omnium refringitur, qui proinde angulus ex calculo reperitur 2°, 18′. Verum, cum angulus iste binâ refractione ad X & Y conficiatur, & præterea, cum utraque supponatur æqualis, calculus ad hoc negotium satis accuratus ex unicâ tantum refractione poterit institui, puta quæ conficitur ad latus B C. Etenim, si verticalis angulus A C B plano D C bisecetur, & alterum prismatis dimidium D C B vel D C A concipiatur tolli, refractio ad alterum dimidium facta, radiis oblique incidentibus in A C & perpendiculariter emergentibus e latere D C, vel perpendiculariter incidentibus in latus D C secundum unicam lineam quandam X Y & oblique emergentibus e latere B C: Refractio, inquam, sic ad alterum dimidium facta, foret semissis refractionis ad integrum prisma, si modo unicum quodpiam radiorum mediocriter refrangibilium genus spectetur. Quinetiam, si cætera omnia radiorum genera simul spectentur, assertio illa, licet non amplius sit absolute vera, tamen veritati tam proxime accedet, ut quoad sensum

& calculum mechanicum pro verâ habeatur. Quamobrem, cum refractionis utriusque ad X & Y peractæ computatio geometrica ægrius institui possit, istud more ad praxin magis accommodato utut mechanico perficere non verebor; confisus id mihi vitio verti non debere, si dum computationes rebus physicis adhibeo, minutias, quæ operam moleste & sine fructu producerent, missas faciam. Refractionem itaque ex unicâ tantum parte prismatis perpendam, & quoniam omnes radii, demptis mediocriter refrangibilibus, à dimidio A C D bis deberent refringi, & semel tantum ab altero dimidio D C B perpendiculariter ingressi latus planum D C secundum lineam X Y, itaque in dimidio D C B fiat calculus, hoc est, ad latus planum B C. Supposito quod omnibus radiis secundum eandem lineam X Y allapsis, angulus, quem maxime refrangibiles cum minime refrangibilibus, postquam refringerentur a latere B C, constituerent, foret dimidium anguli P Y T; h. e. 1°, 9'. Jam, cum angulus incidentiæ radii X Y ex præmonstratis sit 31°, 36', & angulus refractionis mediocris 54°, 10' transferantur hæc omnia in schema 22, ponendo quod C B sit superficies disterminans medium vitreum versus A, & aereum versus F, & quod angulus incidentiæ X Y H sit 31°, 36', eritque angulus refractionis R Y F 54°, 10', & angulus P Y T, 1°, 9', differentia nempe refractionis inter maxime refrangibiles Y P & minime refrangibiles Y T. Qui angulus a radio Y R mediocriter

diocriter refracto, & confinium cærulei & viridis occupante, bisecatur. Ac proin angulus P Y R vel R Y T erit 34½ min. dimidium totius P Y T. Adeoque angulus P Y E 54 grad. 44½ min. & angulus T Y E 53 grad. 35½ min. & eorum sinus P G ac F T erunt 81656 & 80481, quorum proportione ad simpliciores numeros redactâ, erit P G ad T F ut 69½ ad 68½ circiter. Ad hunc modum experimenta & calculum cum sæpius instituerim, horum sinuum proportiones inter terminos 67 ad 66, & 72 ad 71 semper obvenerunt, sed ut plurimum incidi in proportiones 69 ad 68, 69½ ad 68½, & 70 ad 69, quarum tantilla est differentia, ut parvi interest quænam adhibeatur.

XXXVIII. *Illarum refractionum sinus ad communem sinum incidentiæ conferuntur.*

RATIONE sinuum refractionis pro extremis radiorum similiter incidentium generibus sic inventâ, eorum computatio ad sinum incidentiæ simul innotescit; quippe qui paulo ante inventus est 52400, & conferendo hunc 52400 ad sinus 81656 & 80481, eorum ratio in minoribus numeris reperietur 44½ ad 69½ & 68½, aut 44¼ ad 69 & 68 fere. Refractionibus nempe ex vitro in aere peractis.

XXXIX. *Radiorum, ad oppositas partes ejusdem refringentis superficiei incidentium, sinus sunt reciproce proportionales.*

QUOD si radii è contra ex aere in vitrum similiter incidant, proportiones sinuum nullo negotio ex jam inventis eruuntur, utpote quæ sunt reciprocæ. Sit I communis sinus incidentiæ è vitro in aerem, P sinus refractionis maxime refrangibilium radiorum, R mediocriter refrangibilium, & T minime refrangibilium. Dico, quod ex horum reciproce proportionibus; si $\frac{1}{I}$ ponatur esse sinus incidentiæ ex aere in vitrum, erit $\frac{1}{P}$ sinus refractionis maxime refrangibilium radiorum; $\frac{1}{R}$ sinus refractionis mediocriter refrangibilium, ac $\frac{1}{T}$ minime refrangibilium. Nam cum sinus incidentiæ radii maxime refrangibilis è vitro in aerem sit I, & sinus refractionis P, radii ejus ex aere in vitrum per easdem lineas retroacti sinus incidentiæ erit P, & sinus refractionis I; siquidem jam radius est incidens, qui prius fuerit refractus. Est ergo sinus incidentiæ radii maxime refrangibilis, ex aere in vitrum utcunque incidentis, ad sinum refractionis ut P ad I, hoc est (applicando rationes ad P) ut 1 ad $\frac{I}{P}$; hoc est (appli-

cando

cando ad I denuo) ut $\frac{1}{I}$ ad $\frac{1}{P}$: Et simili argumento constabit ejusmodi sinus radii mediocriter refrangibilis esse ut $\frac{1}{I}$ ad $\frac{1}{R}$, & sinus minime refrangibilis ut $\frac{1}{I}$ ad $\frac{1}{T}$. Liquet ergo, quod posito $\frac{1}{I}$ communi sinu incidentiæ, erunt $\frac{1}{P}$, $\frac{1}{R}$, & $\frac{1}{T}$ singulorum generum respective sinus.

XL. *Illustratur refractio vitri.*

REM numeris illustro. Cum $44\frac{1}{4}$ ad 69 & 68 sit ratio sinus communis incidentiæ ad sinus maxime discrepantium refractionum e vitro in aerem, erit ut $\frac{1}{44\frac{1}{4}}$ ad $\frac{1}{69}$ & $\frac{1}{68}$, sive $\frac{69 \times 68}{44\frac{1}{4}}$ (= 106 fere) ad 68 & 69. Hoc est, pro radiis maxime & minime refrangibilibus, ut 106 ad 68 & 69.

XLI. *E refractionibus extremorum generum facile est de intermediis conjecturam facere.*

HISCE sic determinatis, rationes sinuum pro radiis intermediis facile determinantur ex cognitis colorum distantiis, quas in imagine coloratâ observant. Sic radii, qui ad cæruleum paulo magis quam ad flavum

flavum vergunt, cum in mediam imaginem cadant, intermediam rationem sinuum $44\frac{1}{4}$ ad $68\frac{1}{2}$, vel 106 ad $68\frac{1}{2}$ circiter habebunt, & sic de aliis.

XLII. *Theoremate ostenditur, quomodo è refractionibus radiorum heterogeneorum ad vitrum, vel quodvis medium, inter se determinatis, possunt etiam ad alia qualibet media aeri contigua refractiones, sine novis experimentorum molestiis, inter se determinari.*

AD eundem modum, quo refractiones ad vitrum determinatæ sunt, id ipsum posset fieri ad alia media; sed e re erit, ut regulam jam ostendam, quâ refractionum istarum mensuræ ex sinubus earum sic ad vitrum determinatis, possunt determinari ad quodlibet aliud medium propositum, idque licet istud sit alii medio quam aeri contiguum. In fig. 23. Sit A B superficies terminans aerem ex parte F, & vitrum ex parte G, ad cujus aliquod punctum X ducatur linea F X G ei perpendiculariter insistens; & præterea concipiatur rectam I X ad angulum I X A infinite parvum duci, secundum quam omnes omnium formarum radii supponantur incidere, & in X refringi, puta maxime refrangibiles versus P, mediocriter refrangibiles versus R, & minime refrangi-

frangibiles versus T, aliosque intermedios versus intermedias plagas. Porro ducatur linea quævis G H parallela ad lineam incidentiæ I X, hoc est, perpendicularis ad F G, ea vero secet radios in punctis P, R & T, a quibus demittantur P C, R D, ac T E perpendiculares ad refringentem superficiem A B. His ad vitrum sic determinatis ac descriptis, si quodvis medium in locum vitri jam concipiatur substitui, cæteris stantibus, & radii alicujus mediocriter refrangibilis secundum lineam I X incidentis ad X, refractus X *r* ducatur secans rectam D R in *r*. Quod fieri suppono, siquidem modum, quo mediocriter refrangibilium refractiones ad media quælibet investigari possunt, antehac exposui. Dein per punctum *r* ducatur recta *p t* secans lineas C P & E T in *p* & *t* perpendiculariter, junganturque *p* X & *t* X. Dico, quod radii maxime refrangibiles secundum dictam lineam I X incidentes refringentur in lineam X *p*, & minime refrangibiles in lineam X *t*, radiique cujusvis speciei, quos vitrum refringebat, ad quodlibet punctum P T, illi ad correspondens punctum rectæ *p t* per alterum dictum medium refringentur, quod pro vitro supponitur substitui; istis punctis linearum P T & *p t* habitis pro correspondentibus, per quæ recta quævis parallela ipsi D R transit. Patet itaque modus, quo refractiones quorumvis radiorum ex aere in quodlibet medium propositum, obliquitate maximâ incidentium, determinari poterunt, cognitâ unici tantum

radio-

radiorum generis in iſtud medium refractione; & proportionibus ſinuum ex obliquiſſimâ iſtâ refractione determinatis, eorundem radiorum refractiones dabuntur ad quamlibet aliam datam incidentiam.

XLIII. *De theorematis illius certitudine.*

Hujus quidem theorematis certitudinem ab experimentis nondum habeo depromptam, ſed cum à veritate vix multum diſcrepare videatur, nihil veritus ſum in preſentiâ gratis aſſumere. Poſthac forte vel experientiâ confirmabo, vel, ſi falſam invenero, corrigam.

XLIV. *De ejuſdem calculo inſtituendo.*

Calculum quod attinet, is facile poteſt inſtitui ex hâc proportionalitate, quod ſinus incidentiæ radii IX (hoc eſt, ſinus 90 grad.) ſit ad ſinum refractionis (puta quæ facta ſit in lineam XR) ſicut XR ad RG. Sic ad vitrum, erit XR. RG :: 106. $68\frac{1}{2}$, & XP. PG :: 105. 68, & XT. TG :: 106. 69, & inde deducetur, quod GP. GR. GT :: 39. $39\frac{1}{2}$. 40. Quæ proportiones ſemel inventæ poſſunt in eum finem aſſervari, ut earum ope refractiones ad alia media quam vitra determinentur. Nam quolibet medio propoſito, ſumatur $XE = 40$, $DE = \frac{1}{2}$,

&

& C D = ½, atque perpendicula C P, D R, E T erigantur. Tunc ex datâ sinuum refractionis radiorum mediocriter refrangibilium proportione, hoc est, ex datâ proportione ipsius X *r* ad X D, dabitur punctum *r* & longitudo D *r*, cui æquales sunt C *p* & E *t*: punctisque *p* ac *t* sic datis, dantur rationes ipsarum X *p* & X C, hoc est, sinuum incidentiæ & refractionis pro radiis maxime refrangibilibus, ut & rationes ipsarum X *t* & X E, hoc est, sinuum incidentiæ & refractionis pro radiis minime refrangibilibus. Sic pro superficie aquam & aerem disterminante, sinus isti sunt ut 68 ad 90 pro minime refrangibilibus, & ut 68 ad 91 pro maxime refrangibilibus proxime.

XLV. *Aliud ad idem peragendum theorema.*

PROPORTIONIBUS linearum X C, X D, & X E sic inventis, mensura refractionum ex aere in medium quodvis propositum, & ad quamlibet incidentiam factarum, per aliud insuper theorema non inelegans determinari potest. In lineâ F X (fig. 24) ad refringens planum A B perpendiculari sumatur punctum aliquod F, quod lucidum fingatur, ac ducatur quælibet F *d* secans A B in *d*, eaque concipiatur esse mediocriter refringibilis radius, cujus refractus ex aere in medium propositum esto *d* M, qui

retroductus secet F X in *f*. Porro fiat F *d*. F *e* :: X D. X B (:: 39½. 40) & F *d*. F *c* :: X D. X C, (:: 39½. 39,) centroque F & intervallis F *e* & F *c* describantur circuli secantes A B in *e* & *c*, junganturque F *e*, F *c*, *f e*, *f g*, & producantur *f e* & *f c* indefinite versus N & L. Dico jam, si radius minime refrangibilis incidat secundum lineam F *e*, quod iste refringetur in lineam *e* N; & si maxime refrangibilis incidat secundum F *c*, quod iste refringetur secundum *c* L, & sic radii quorumlibet intermediorum generum manantes a puncto F, & in puncta sibi correspondentia inter *c* & *e* incidentes, ita refringentur a medio proposito, quasi manassent omnes a puncto *f*; istis punctis inter C & E atque *c* & *e* habitis pro correspondentibus, quorum distantiæ ab X & F respective, sunt in eâdem ratione cum D X & *d* F. Cujus theorematis demonstrationi præsternantur duo lemmata sequentia.

XLVI. *Ad ejus theorematis demonstrationem,*

LEMMA I.

Duobus punctis *c*, *d* in lineâ quâpiam A B (fig. 24.) sumptis, & aliis duobus *f* & F in ejus perpendiculo F X, junctisque *f d*, F *d*, *f c* & F *c*, differentia quadratorum a duobus *f d* & F *d* concurrentibus ad

Fig: 20.

Fig: 21.

Fig: 22.

Fig: 23.

ad *d* æquabitur differentiæ quadratorum ab aliis duobus *fc* & F*c* concurrentibus ad *c*. Nam, cum *fd*q = *f*Xq + X*d*q, & F*d*q = FXq + X*d*q, erit differentia *fd*q — F*d*q = *f*Xq — FXq, & ob eandem rationem erit differentia *fc*q — F*c*q = *f*Xq — FXq. Quare dictæ differentiæ sic æquales eidem tertio sunt æquales inter se. Q. E. D.

XLVII. LEMMA II.

SI radius aliquis FG (fig. 25.) incidat in superficiem AB & refringatur versus H, linea GH retroducta ut secet perpendiculum FX in *f*, dico, quod *f*G. FG :: sinus incidentiæ ad sinum refractionis. Et è contra, si *f*G. FG :: sin. incidentiæ ad sinum refractionis, erit *f*GH refractus ipsius FG. Etenim sumatur *f*K = FG, & demittatur KL perpendicularis ad FX; quo facto cum angulus GFX æquetur angulo incidentiæ, & angulus G*f*X angulo refractionis, erit GX sinus incidentiæ, & KL sinus refractionis, habito respectu ad circulum cujus semidiameter sit FG vel *f*K; sed *f*G. *f*K :: GX. KL, hoc est *f*G. FG :: GX. KL. Q. E. D.

ad d æquabitur differentiæ quadratorum ab aliis duobus fc & Fc concurrentibus ad c. Nam, cum $fdq = fXq + Xdq$, & $Fdq = FXq + Xdq$, erit differentia $fdq - Fdq = fXq - FXq$, & ob eandem rationem erit differentia $fcq - Fcq = fXq - FXq$. Quare dictæ differentiæ sic æquales eidem tertio sunt æquales inter se. Q. E. D.

XLVII. LEMMA II.

Si radius aliquis F G (fig. 25.) incidat in superficiem A B & refringatur versus H, linea G H retroducta ut secet perpendiculum F X in f, dico, quod fG. F G :: sinus incidentiæ ad sinum refractionis. Et è contra, si fG. F G :: sin. incidentiæ ad sinum refractionis, erit fGH refractus ipsius F G. Etenim sumatur $fK = FG$, & demittatur K L perpendicularis ad F X; quo facto cum angulus G F X æquetur angulo incidentiæ, & angulus GfX angulo refractionis, erit G X sinus incidentiæ, & K L sinus refractionis, habito respectu ad circulum cujus semidiameter sit F G vel fK; sed fG. fK :: G X. K L, hoc est fG. F G :: G X. K L. Q. E. D.

XLVIII. *Demonstratio.*

His præmissis theorema propositum sic demonstratur. In fig. 24. ducatur I X obliquissima linea, secundum quam radii omnium formarum ex aere ad X incidere ponantur, & in medium propositum refringi; maxime refrangibiles versus *p*, & minime refrangibiles versus *t*, eosque lineæ ad puncta D, C & E normaliter erectæ secent in punctis *r*, *p* ac *t*, ut explicabatur ad fig. 23. Jam, cum istorum radiorum sinus incidentiæ & refractionis statuantur esse ut X *r* ad X D, X *p* ad X C, & X *t* ad X E respective, si præterea demonstratum fuerit, quod *f d* ad F *d*, *f c* ad F *c*, & *f e* ad F *e* respective sint in eâdem ratione, (hoc est, quod *f d*. F *d* : : X *r*. X D : : sinus incidentiæ ad sinum refractionis radiorum mediocriter refrangibilium, & *f c*. F *c* : : X *p*. X C : : sinus incidentiæ ad sinum refractionis radiorum maxime refrangibilium) constabit propositum ex lemmate secundo. Et mediocriter refrangibiles quod attinet, cum *f d* supponatur refractus ipsius F *d*, erit (per lemma secundum) *f d* ad F *d* ut sinus incidentiæ ad sinum refractionis, hoc est, ut X *r* ad X D. Sed eadem proportionalitas in cæteris radiorum generibus jam demonstranda proponitur, puta quod sit *f c*. F *c* : : X *p*. X C. Scilicet est F *c*. F *d* : : X C.

XC. XD, ut & $Fd. fd :: XD. Xr$ per hypothesin. Quare permutando & connectendo rationes æquales, est $Fc. XC :: Fd. XD :: fd. Xr$, & quadrando Fcq. XCq $::$ Fdq. XDq $::$ fdq. Xrq, diminuendoque per terminos æqualis rationis, Fcq. XCq $::$ fcq. Cpq $+$ XCq (Xpq), denique terminorum radices extrahendo, permutandoque, est $fc. Fc :: Xp. XC$. Quare fc sive eL est refractus ipsius Fc per lemma secundum. Q. E. D. Et eodem argumento patebit, quod eN sit refractus radii Fe. Deque aliis radiis, pro variis refrangibilitatis gradibus intermedia spatia varie occupantibus, idem intelligendum est.

XLIX. *Heterogeneorum refractiones, à superficiebus aeri neutrâ ex parte contiguis, theoremate etiam determinantur.*

DE refractionibus superficierum aeri contiguarum mensurandis hæc satis; quod si desideretur id ipsum ad alias superficies aeri ex parte neutrâ contiguas fieri, sunto (in fig. 26) ABbH & $abnm$, duo quælibet media secundum planam superficiem Hb contigua & aere circundata, sitque AB planum ipsi Hb parallelum, & in eo sumatur punctum X, ad quod ducatur XV perpendicularis, & IX obliquissima linea secundum quam (ut jam ante) radii omnium

omnium formarum incidant, & pro gradu refrangibilitatis refringantur ad P, R, & T, aliaque intermedia loca. Horum radiorum, in propositam superficiem *a b* sic incidentium, refractiones jam quærantur, & cum refractiones mediocriter refrangibilium ad quaslibet superficies fuerint antehac expositæ, radii X R sit refractus R M, & is retroducatur, donec secet perpendiculum X V in *f*, & insuper ducantur *f* P, *f* T, & producantur ad L & N. Dico, quod P L erit refractus ipsius X P, ac T N ipsius X T, atque omnes aliarum formarum radii incidentes inter P ac T ita refringentur, ut postea divergant a puncto *f*. Concipiatur enim, quod medium *a b n m* longius versus *a m* producitur quam medium A B *b* H, ita ut ejus plani *a* H *b* pars inter H & *a* sit aeri contigua, & ad aliquod in eo punctum F ducatur perpendicularis F *g*, nec non obliquissimá linea *j* F, secundum quam radii omnium formarum incidant, & pro gradu refrangibilitatis refringantur ad *p*, *r*, *t*, locaque intermedia, perinde ut effectum erat ad alterius medii superficiem A B. Præterea sumatur F D = G R, & ducatur D *r* ipsi F *g* parallela, ut secet radium F *r* in *r*, unde *r g* demittatur ad F *g* normalis, aliosque radios F *p* & F *t* secans in *p* ac *t*. Jam, cum sit *g r* = G R, erit etiam *g p* = G P, & *g t* = G T ex ostensis ad fig. 23; & insuper ex ostensis ad fig. 18, cum radiorum secundum I X & *j* F lineas parallelas incidentium eadem sit

ſit refractio in medium *a b n m*, ſive immediate ingrediantur ex aere ſicut fit ad F, ſive prius permeent aliud medium ut A B, *b* H parallelis planis terminatum: ſequitur, quod radii, alterutro modo refracti in dictum medium *a b n m*, ſunt paralleli radiis homogeneis altero modo in idem medium refractis, hoc eſt, quod F *p* ad P L, F *r* ad R M, & F *t* ad T N ſunt paralleli. Quapropter, ſi refracti radii P L, R M ac T N retroducantur, donec ſinguli occurrunt perpendiculo G X, cum eo & baſibus G P, G R ac G T conſtituent triangula ſimilia triangulis *g p* F, *g r* F, & *g t* F, imo & ipſis æqualia, ſiquidem eorum baſes *g p* & G P, *g r* & G R, *g t* & G T ſibimet reſpective ſint æquales. Quare, cum horum triangulorum vertices conveniant ad idem punctum F, illorum etiam vertices ad idem aliquod punctum *f* convenient; hoc eſt, radii P L, R M ac T N, ipſorum X P, X R & X T refracti, divergent omnes ab eodem puncto *f*. Q. E. D.

L. *Theorema illud notis quibuſdam promovetur.*

OSTENSO hoc, ſequentia obveniunt notanda. 1. Quod proportiones ſinuum incidentiæ & refractionis, ad ſuperficiem H *b* factæ, ex his facile deter-

terminantur. Nam pro radiis maxime refrangibilibus *f* T ad X T, &c.

2. Hinc si proportiones sinuum refractionis ex aere in duo quælibet media proposita paribus incidentiis, dentur, proportiones sinuum refractionis ex altero mediorum in alterum facile dabuntur, dividendo nempe sinus posterioris medii per correspondentes sinus anterioris. Sic cum refractio fit ex aere in vitrum, dicti sinus sunt ut 68, $68\frac{1}{2}$, 69; & cum fit ex aere in aquam, sunt ut 90, $90\frac{1}{2}$, 91. Ergo cum fit ex aquâ in vitrum erunt ut $\frac{68}{90}$, $\frac{68\frac{1}{2}}{90\frac{1}{2}}$, $\frac{69}{91}$, hoc est ut 281, $281\frac{1}{2}$, 282 fere.

3. Si tertium aliquod medium aere densius postponatur medio *a b n m*, contingens illud in superficie *m n*, quæ concipiatur plana ipsisque A B & *a b* parallela, & si radii divergentes a puncto *f* (sicut modo ostensum erat) in illud incidant ad puncta L, M & N; postquam in iisdem refringuntur, divergent rursus ab alio quodam puncto *x* quod situm est in perpendiculo X G. Et sic præterea in infinitum, quotcunque licet media parallelis planis ab invicem discreta, sese ordine sequantur. Quod si aer immediate succedat medio *a b n m*, punctum istud *x*, a quo emergentes radii tendunt, situm erit ad V in ipsâ refringente superficie, propterea quod emergent

gent paralleli ad summe obliquam lineam IX, secundum quam primum incidebant ex aere, si modo emergere dicantur, qui nunquam divaricabant a refringenti superficie.

4. Si radii ab aliquo puncto F, in aere sito, divergentes, tendant ad puncta *c*, *d*, *e*, eo more quem ad schema 24 explicui, & per varia deinde plana refringentia ipsique AB parallela transeant, semper divergent omnes ab eodem aliquo puncto, quod situm est in perpendiculo planorum per punctum F transeunte, non secus quam si incidissent in planum A B, advenientes in obliquissimâ lineâ IX; & longitudines radiorum, punctis refringentibus dictoque perpendiculo interceptorum, sunt ut sinus incidentiæ & refractionis ad singula plana, quæ respiciunt. Quarum assertionum demonstrationes, cum facile eruantur è prædictis, prætermitto, ne nimius in hac re videar.

Sectio Tertia.

De Planorum Refractionibus.


OSITIS refractionum legibus radiorum per diversa media trajectorum, affectiones aliæ jam tradendæ sunt, & primo refractiones planorum in gratiam doctrinæ de coloribus post explicandæ describam, deinde sphœricarum & aliarum superficierum proprietates enarrabo, tum ut colorum exinde ortorum phænomina detegantur, tum ut instrumentorum opticis usibus inservientium constructio rectius innotescat. Imprimis autem plani solitarii refractiones, deinde planorum refractiones iteratas considerabo.

De plani solitarii refractionibus.

Quod ad radios ejusdem cujuscunque generis attinet, passiones in Lectionibus Dris. Barrow (his fundamentis, quod radii lucis in similari medio directi sunt, quod eorum refractio fit in superficie ad medii refringentis superficiem perpendiculari, & quod sinus incidentiæ perpetuo sunt proportionales sinubus,

finubus refractionum in aliud medium similare facta-rum) traduntur, & idcirca sufficiet aliquas sub formâ lemmaticarum propositionum sine demonstrationibus hic recensuisse.

PROP. I.

* *Radii cujusvis refracti incidens incidentis vicissim fit refractus.*

PROP. II.

† *Angulo incidentiæ æquali æqualis, & majori major convenit, tum angulus refractionis, tum refractus, & contra.*

PROP. III.

‖ *Incidentium radiorum refractos exhibere.*

Instantiam in radiis ad medium densius è rariori divergentibus accipe.

In fig. 27. sit F punctum radios F R, F *r* aliosque innumeros versus refringentem superficiem A R ejaculans, sitque F A radius perpendicularis, quem

* Barrow Lect. Opt. L. iii. Art. 3. † Ibid. Lect. iii. Art. 4. & 6. ‖ Ibid. L. iv. Art. 5.

produc ad K, ut ſit A F ad A K, ſicut ſinus refractionis ad ſinum incidentiæ; & ad K erige perpendiculum K L. Quo facto radios quoslibet incidentes F R, F *r* retrorſum produc, donec præfatæ K L occurrant in L & *l*, & in angulo F A R. inſcribe R D = R L & *r d* = *r l*. Quibus verſus M & *m* productis, habebis refractos radios R M & *r m*, & eâdem ratione refractos quamplurimos confeſtim duces.

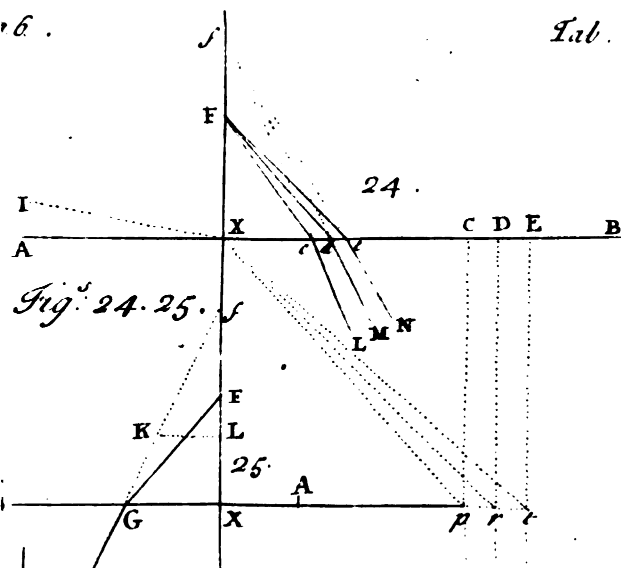
PROP. IV.

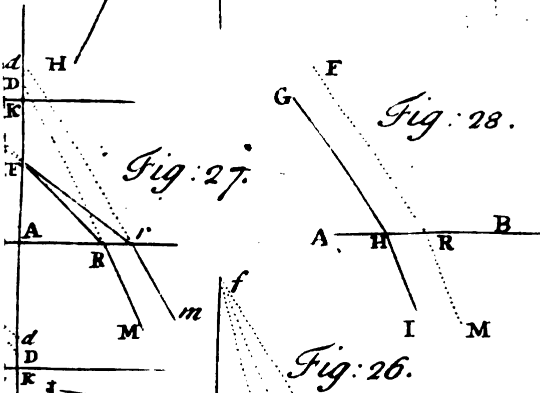
Radium datæ rectæ parallelum deſignare, cujus refractus per datum punctum tranſibit.

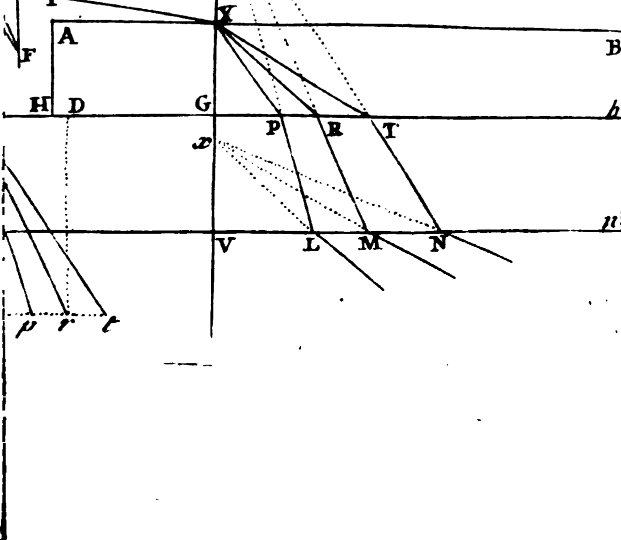
In fig. 28 ſit A B ſuperficies refringens, M punctum datum, & G H recta cui radius incidens debet eſſe parallelus. Et imprimis radii ſecundum G H incidentis duc refractum H I per Prop. 3. eique parallelum age M R, & F R datæ G H parallele ductus erit radius incidens.

PROP. V.

Radium è dato puncto progredientem deſignare, cujus refractus evadet rectæ poſitione datæ parallelus.


f
F
24.
I
X
C D E
B
A
c d e
L M N
Fig.s 24. 25.
f
F
K
L
25.
A
G
X
p r t
H


d
D
K
F
Fig: 27.
A
r
R
M
m
F
G
Fig: 28.
A
H
R
B
I
M


f
Fig: 26.
d
D
K
I
X
A
B
F
H D
G
h
P R T
x
n
V L M N
p r t

ABSOLVITUR ad modum quartæ propositionis, denominatione radiorum secundum prop. I. permutatâ.

PROP. VI.

Radium è dato puncto F *progredientem designare, cujus refractus per aliud punctum datum* M *transibit.*

PER F & M (fig. 29.) ducantur refringenti perpendiculares, & (radio in medium densius incidente) fiat A E ad A F, ut sinus incidentiæ ad radicem differentiæ quadratorum a sinubus incidentiæ & refractionis. Item T ad M I, ut sinus refractionis ad eandem radicem. Anguloque A I M, per E transiens, ipsamque T adæquans, inscribatur recta R H & connectantur F R, R M; nam ipsæ F R, R M erunt radii quæsiti.

CUM radius incidit in medium rarius, appellatione (secundum prop. I.) commutatâ, absolvitur ut ante.

CÆTERUM quo pacto data recta angulo recto interserenda sit, quæ per punctum datum transibit, in Lect. V. Dris. * *Barrow* per hyperbolæ & circuli intersectionem ostenditur.

* Art. 7. Sed idem D. Barrow hoc fecit generalius & concinnius in Lect. Geom. L. VI. Art. 2.

PROP.

PROP. VII.

† *Radiorum ad planam superficiem divergentium, parallelorum vel convergentium refracti, itidem divergent, paralleli erunt, vel convergent, & e contra.*

PROP. VIII.

Punctum, a quo refracti illi radii divergunt, vel ad quod convergunt, invenire.

CAS. I. CUM radiorum definita sit inclinatio, duc refractos per prop. 3, 4, 5 vel 6, & intersectionem habebis.

CAS. II. AT cum inclinatio existit quâvis datâ indefinite minor, eodem recidit problema, ac si punctum in radio obliquo refracto quæres, quod radiorum alterutrinque jacentium intersectiones disterminat & intercedit, quodque pro radiationis centro, seu loco imaginis respectu oculi, per cujus pupilli centrum radius ille transigitur, haberi debet; ejus autem inventio ejusmodi est. In fig. 30 sit D R M refractus cujusvis incidentis F R N, sitque F centrum radiationis incidentium, (sive divergen-

† Barrow Lect. Opt. L. iv. Art. 2. &c.

tium

tium ſive convergentium) radiorum, & F A refringenti normaliter inſiſtens, ſecet R M in D. Jam ab A demitte ad hos radios perpendicula A G & A H; fac eſſe R F. R f :: F G. D H, & ipſius R M, aliorumque refractorum proxime R M utrinque jacentium centrum radiationis erit f. *

SCHOLIUM. CÆTERUM punctum hoc f radiorum in plano F A R jacentium concurſus ſolummodo exiſtit, nam aliorum extra planum F A R jacentium refracti, nec in puncto f, nec ullibi omnino radium R f ſecabunt, ſi eos ſolummodo excipias, quorum incidentes jacent in ſuperficie conicâ, cujus axis eſt A F, vertex F, & ſemiangulus A F R; utpote qui omnes præfatum R f in puncto D ſecabunt, quod in axe F A ſit poſitum. Et hujus itaque R f centra radiationis præcipue ſunt duo, alterum f a refractis jacentium in plano F A R effectum, & alterum a refractis jacentium in conicis ſuperficiebus axe F A, anguliſque A F R, A D R deſcriptis. Ad reliquos autem radios quod attinet, aliter circa F R quaquaverſum poſitos, eorum refracti maxime appropinquant radio R f, alicubi inter D & f, adeo ut reſpectu oculi, per cujus pupillæ centrum radius R M tranſit, locus imaginis per totum ſpatium f D diffundi debeat: Vel potius, cum ſpatium f D ſit unici tantum puncti F imago, debemus unicum ali-

* Vid. Barrow Lect. Opt. L. v. Art. 15. &c.

quod

quod in eo punctum, quod omnis lucis ab eo versus oculum pergentis meditullium occupet, inter puncta D & *f* in mediâ circiter distantiâ interjacens, pro sensibili imagine statuere. Puncti vero illius accurata determinatio, cum omnium radiorum ab F versus oculi pupillam refractorum habenda sit æstimatio problema solutu difficillimum præbebit, nisi hypothesi alicui saltem verisimili, si non accurate veræ, innitatur assertio. Quemadmodum, cum radii æque multi a termino D aliisque vicinis punctis, ac a termino *f* aliisque punctis similiter sibi vicinis, versus oculum videantur profluere; locus imaginis ita debet in medio istorum terminorum statui, ut angulus, quem radii duo a D & *f* ad idem quodpiam pupillæ punctum convergentes includant, a radio ab illo visionis loco ad idem pupillæ punctum pergente, quam proxime semper bisecetur. Quâ hypothesi admissâ, nihil aliud agendum est, quam ut fiat M *f* + M D. M D : : *f* D. D Z, & erit Z locus visionis puncti F quæsitus, posito nempe quod M sit locus oculi. Nam cum ponatur M *f* + M D. M D : : *f* D. D Z, erit divisim M *f*. M D : : *f* Z. D Z, & proinde ductis tribus lineis a *f*, D, & Z ad M, vel potius ad punctum quodpiam huic M indefinite vicinum; angulus, quem externæ duæ continent, ab interjacente lineâ (per 3. 6. Elem.) quam proxime semper bisecabitur.

HIS paucis circa radios homogeneos in gratiam ſequentium obiter notatis, ut eorum penitior cognitio habeatur, Lectiones, quas Vir Reverendus Dr. Barrow de iiſdem fuſius compoſuit, conſulendas eſſe hortor; deque heterogeneis ſive diſſimiliter refrangibilibus radiis pergo actutum diſſerere.

PROP. IX.

E radiis diverſi generis, a puncto lucido fluentibus, quorum ſunt incidentes ſibi ipſis viciniſſimi; iſti ſolummodo poſſunt ad focum vel aliud commune punctum refringi, qui jacent in plano per utrumque punctum tranſeunte, & ad planum refringens perpendiculari.

UTPOTE cum radii cujuſque refractio ſemper fiat in plano ad medii refringentis ſuperficiem perpendiculari, & ejuſmodi duo plana per utrumque punctum tranſire nequeant.

PROP. X.

E radiis diverſorum generum a dato puncto fluentibus, quorum refracti ad aliud punctum datum convergunt, illi magis a lineâ rectâ punctis concurſuum, ſive radiationis centris interjacente, divaricant, qui ſunt magis refrangibiles.

SINT F P *f*, F Q *f* (fig. 31.) radii diſſimiles hinc & inde convenientes in F & *f*, & manifeſtum eſt, quod non penitus coincident, quia ſic par eſſet refractio contra hypotheſin. Neque radius magis refrangibilis poteſt eſſe rectæ F *f* propior. Sic enim propter obliquitatem ex parte medii denſioris majorem, major eſſet ejus refractio per prop. 2. & hypotheſin, hoc eſt, angulus F *p f* eſſet minor angulo F Q *f* contra 21. 1. Elem. Reſtat itaque, ut ſit magis refrangibilis F P *f*, qui a rectâ F *f* magis divaricat.

LEMMA I.

Quatuor lineis G B, G C, G D, G E *(fig.* 32.) *a dato puncto* G *ad datam lineam* E B *ita ductis, ut ſit* G B. G C : : G D. G E. *Angulus* B G C, *quem minima* G B *cum alterutrâ intermediarum* G C *conſtituit, major eſt quam angulus* D G E *ab alterâ intermediâ* G D *& maximâ* G E *conſtitutus.*

Nam centro G, radio G E, deſcribatur circulus E K, & radius G K ducatur, conſtituens angulum D G K æqualem angulo B G C, & puncta K, D jungantur; eruntque triangula G D K, G C B ſimilia propter æquales angulos ad G, & latera circa illos proportionalia: (6. 6. Elem. & Hypoth.) Nempe G B. G C : : G D. (G E) G K. Quare angulus K D G = ang. C B G. Sed ang. E D G (16. 1. Elem.)

Elem.) > ang. C B G, ergo linea K D > E D (7. 3. Elem.) & ang. K G D > ang. D G E (21. 1. Elem.) hoc est, ang. C G B > ang. E G D. Q. E. D.

LEMMA. II.

Positis istis angulis infinite parvis, ac G A *perpendiculari ad lineam* E B *demissâ, erit ang.* E G D. *ang.* C G B :: B A. D A.

A punctis enim B & D ad lineas G C, G E demittantur normalia B R ac D *r*, & erunt anguli præfati ad se invicem ut est $\frac{Dr}{DG}$ ad $\frac{BR}{BG}$, ponendo nempe lineas istas B R ac D *r* æquipollentes esse arcubus infinite parvis, quibus anguli isti subtenduntur. Est autem B G. C G :: D G. E G ex hypothesi, & divisim B G. C R :: D G. E *r*. Item propter similia triangula B A G, C R B, est B A. A G :: C R. B R, & pari ratione E A vel D A. A G :: E *r*. D *r*, sive A G. D A :: D *r*. E *r*. Quamobrem addendo rationes æquales, est B A. A G + A G. D A (:: B A. D A) :: C R. R B + D *r*. E *r* (& permutatis terminis posteriorum rationum) :: C R. E *r* + D *r*. B R (& æquipollente ratione pro C R. E *r* substitutâ) :: B G. D G + D *r*. B R (terminisque ad invicem applicatis) :: $\frac{Dr}{DG}$. $\frac{BR}{BG}$. Est itaque B A. D A :: $\frac{Dr}{DG}$. $\frac{BR}{BG}$, h. e. ut ang. E G D ad ang. C G B. Q. E. D

PROP. XI.

Heterogeneis radiis secundum eandem lineam incidentibus, quo obliquior est eorum incidentia, cæteris paribus, eo major erit differentia refractionis.

In fig. 33. sit F G linea secundum quam duo radii incidunt, quorum unus maxime refrangibilis pergat versus P, & minime refrangibilis versus T, eritque angulus P G T differentia refractionis. Item esto F H linea obliquior quam F G, & secundum hanc alii duo ejusmodi radii incidant, quorum maxime refrangibilis versus *p*, & minime refrangibilis versus *t* refringitur, & similiter erit angulus *p* H *t* eorum differentia refractionis. Dico jam, quod sit angulus *p* H *t* > P G T. Demittatur enim B A ad refringens planum linea normalis, quæ refractos radios retroactos secet in D & E, L & M, & ad hanc a puncto G ducantur duæ lineæ G B, G C ipsis H L, H M parallelæ. Jam, cum tres lineæ G F, G D, G E (ex naturâ refractionis ante descriptâ § 25, 26 & seq.) sint in ratione datâ, & alteræ tres H F, H L, H M in eâdem ratione, proportionales erunt H L. H M : : G D. G E; sed est H L. H M : : G B. G C propter triangula similia L M H & B C G. Quare G B. G C : : G D. G E, adeoque ang. B G C > ang. D G E per lemma 1, hoc est; ang. L H M

> ang.

$>$ ang. D G E, sive ang. p H t $>$ ang. P G T. Q. E. D.

Caeterum, ut de mutuis angulorum P G T & p H t (in fig. 33.) proportionibus habeatur plenior determinatio, dico praeterea, quod sunt inter se quam proxime ut lineae A B & A D; segmenta nempe basium triangulorum aequialtorum, quorum alterum E G D constituitur a radiis G P ac G T, cum perpendiculo A F concurrentibus, & alterum C G B sit simile triangulo M H L a radiis H p & H t similiter constituto. Nam anguli E G D & C G B, si essent infinite parvi, forent inter se ut A B ad A D per lem. 2. At isti ex hypothesi sunt aequales angulis P G T & p H t. Quare etiam illi P G T & p H t, modo essent infinite parvi, forent itidem ut A B ad A D; & pari ratione constat, quod sunt quam proxime ut A C ad A E. Scilicet eorum ratio has duas rationes semper intercedit, & ideo veritatem adhuc propius assequemur adhibendo rationem intermediam. Nempe quod est P G T ad p H t ut A B + A C ad A D + A E, vel ut $\sqrt{}$ A B x A C ad $\sqrt{}$ A D x A E proxime.

PROP. XII.

Radios diversorum generum a dato puncto profluos designare, quorum refracti per aliud punctum datum transibunt.

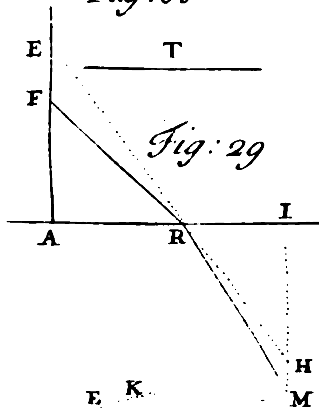
Cum.

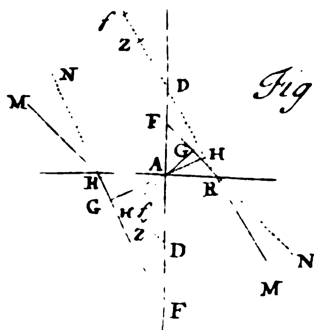
CUM punctorum alterutrum infinite distet, ut radii ex eâ parte existent paralleli; res per prop. 4 & 5 absolvitur, & per prop. 6 cum utrumque infinite distat.

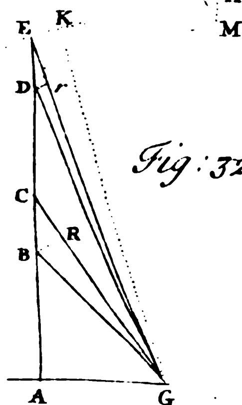
SCHOL. E re erit, ut ostendam, quomodo ex datâ alicujus radii positione cæteri omnes expeditius determinentur.

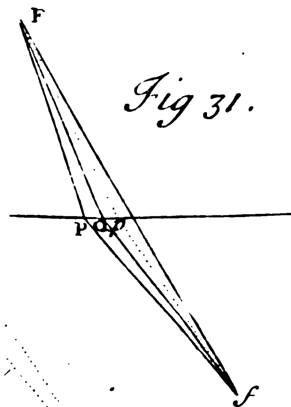
CAS. I. SINT in fig. 34. F T, F R, F P radii ab F prodeuntes, quorum refracti T O, R M, P R paralleli sunt futuri. Et radii F T esto sinus incidentiæ ad sinum refractionis, sicut I ad T, quemadmodum & radiorum F R & F P sinus isti sicut I ad R & P. Jam ut horum quovis positione dato cæteri confestim designentur, demitte F A refringenti normalem, & in angulo F A T inscribe T E, T D hâc lege, ut sit T. R, P : : T F. T E. T D, & ipsis T E, T D age parallelas F R, F P. Dico factum. Scilicet refractis T O, R M cum perpendiculo D A occurrentibus in G & H, erit I. T : : T G. T F; & præterea cum sit T. R : : T F. T E (hyp.), erit ex æquo I. R : : T G. T E. Sed est I. R : : R H. R F, ergo T G. T E : : R H. R F; atque adeo, cum T E & R F parallelæ sunt (ex hyp.), erunt etiam T G & R H parallelæ. Q. E. O. Deque radii P K parallelismo consimile est ratiocinium.

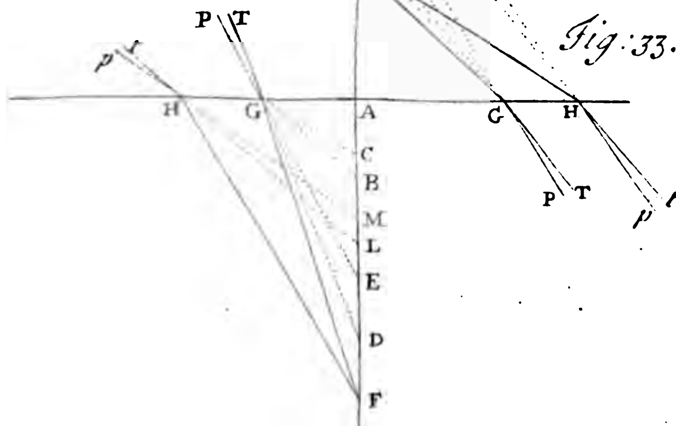
CAS.


E
T
F
Fig: 29
A
R
I
H
M


Fig: 30.
f
Z
N
D
M
F
A
G
H
R
G
D
N
M
F


E
K
D
r
Fig: 32.
C
R
B
A
G


F
Fig 31.
P
Q
p
f


M
L
E
D
C
B
F
Fig: 33.
P
T
p
t
H
G
A
G
H
C
B
M
L
E
D
F
P
T
p
t

CAS. 2. SI parallelis incidentibus refracti ad datum punctum convergant, propositum nihil secus exequaris, ut e prop. patet.

CAS. 3. Denique si divergant incidentes, & refracti convergant, problema solidum est, sed ad planum quodammodo reducitur fingendo differentiam refrangibilitatis infinite parvam esse, quæ cum semper sit admodum exigua, solutionem ex istâ hypothesi haud gravatim exhibebo.

PONE F R X (fig. 35) radium esse positione datum, & radios F P X, F T X (quorum datæ sunt sinuum incidentiæ & refractionis rationes) punctis F & X interserendos esse. Jam alios etiam radios æque refrangibiles ac radios F P, F T finge secundum lineam F R incidere, & refractos eorum R O, R K (ope prop. tertiæ) describe, centraque radiationum Y & Z (per prop. 8.) quære, ac junge Y X ac Z X refringenti occurrentes in P ac T. Dico factum. Nempe F P X, F T X esse radios, quos oportuit designare. Nam, cum ex hypothesi, differentia refrangibilitatis, adeoque distantia punctorum T, R & P, sit indefinite parva, constat homogeneos radios R O, P X sibi mutuo vicinissimos esse, & inde ab eodem radiationis puncto Y divergere, recte ita determinari radium P X per radii R O centrum radiationis transiturum esse, deque radio T X par est ratio.

VERUM

VERUM enimvero, cum anguli P X T determinatio eo ſpectet, ut noſcatur, quanta ſit objectorum, mediante refractione viſorum, propter inæquabiles abſimilium radiorum refractiones confuſio, perque quantum ſpatium colores inde emergentes extenduntur, quemadmodum pateat concipiendo F eſſe punctum lucidum, quod oculo in X conſtituto per totum angulare ſpatium P X T, quod radiis P X ac T X maxime minimeque omnium refrangibilibus comprehenditur, dilatum ac diffuſum appareat; de magnitudine ejus paucula adjiciam. Finge lineam curvam Y *f* Z deſcriptam eſſe, in quâ radiationum centra radiorum omnigenorum jacent, ſecundum lineam F R incidentium, & ita refractorum in puncto R, ut per totum angulum K R O divaricent, & iſta curva non male aſſimilabitur objecto lucido, cujus angulus viſibilis, ſive apparens magnitudo, ad oculum in X ſitum, ſit Y X Z, ac diſtantia ab eodem oculo ad meditullium ejus æſtimata *f* X. Et hinc conſectatur,

1. QUOD (cum rei viſibilis apparens magnitudo pene ſit reciproce ut diſtantia ejus) ſtante puncto F, & puncto X in lineâ R X ubicunque ſumpto, angulus P X T ſive Y X Z pene erit reciproce ut longitudo *f* X. Et hinc intervallo R X diminuto angulus P X T augetur, ejuſque quantitas in quâlibet puncti X diſtantiâ dabitur, ſi modo data fuerit unquam in quâpiam diſtantiâ.

2. QUIN-

2. QUINETIAM angulo O R K cognito, cognoscitur angulus quilibet P X T, sumendo eum in ratione ad O R K, quam habet R f ad X f; quippe cum Y R Z (cui O R K æquatur) sit objecti Y f Z in distantiâ f R apparens magnitudo.

3. CUM itaque angulus O R K, pro quâlibet obliquitate radiorum juxta R F incidentium, supra in schol. ad prop. 11 determinatus habeatur, & punctum f haud difficile inveniatur; faciendo juxta prop. 8. ut sit R F. R f :: $\frac{AFq}{RF}$. $\frac{ADq}{RD}$, satis constat anguli P X T inventio.

4. AT ex abundanti subnoto prædictam curvam Y f Z, in quâ radiorum omnis generis, in puncto R refractorum, radiationum centra locantur, esse cissoidem vulgarem sive Diocleam circulo accommodatam, cujus diameter R E, si modo sit A F q. F R q :: A R. R E. Descripto circulo isto R C E, agatur quævis recta f B C normalis ad R E, circuloque in C & curvâ in f terminata. Et propter analoga latera similium triangulorum R A D, R B f, erit A D q. A R x D R :: B f q. B R x f R; & applicando posteriorem rationem ad B R, fiet A D q. A R x D R :: $\frac{Bfq}{BR}$. f R, rursusque ducendo consequentes rationum in R f, & applicando ad A R,

 orietur

orietur, $AD q. DR \times Rf :: \frac{Bfq}{BR}. \frac{Rfq}{AR}$. Eſt autem $\frac{AFq}{FR}. \frac{ADq}{DR} :: RF. Rf$ ut prius, & conſequentibus in D R & antecedentibus in F R ductis, oritur $AFq. ADq :: FRq. DR \times Rf$, & viciſſim $AFq. FRq :: ADq. DR \times Rf$. Quamobrem rationes eidem tertiæ congruentes connectendo, habebitur $\frac{Bfq}{BR}. \frac{Rfq}{AR} :: AFq. FRq$, ducendoque antecedentes rationum in B R, & conſequentes in A R, prodibit $Bfq. Rfq :: AFq \times BR. FRq \times AR$, & inſuper applicando poſteriorem rationem ad A F q, fiet $Bfq. Rfq :: BR. \frac{FRq \times AR}{AFq}$. Sed cum poſuerim $RE. AR :: FRq. AFq$, erit $\frac{FRq \times AR}{AFq} = RE$, & proinde $Bfq. Rfq :: BR. RE$, ac diviſim $Bfq. Rfq - Bfq (BRq) :: BR. BE$. Atqui ex naturâ circuli eſt B C media proportionalis inter B R & B E, adeoque eſt $BR. BE :: BRq. BCq$, & proinde $Bfq. BRq :: BRq. BCq$, ſive $Bf. BR :: BR. BC$, quod indicat curvam eſſe ciſſoidem, ſicut oſtendendum propoſui.

REFRACTIONIBUS ad ſuperficiem, data duo media diſterminantem, tranſactis, ad explorandum quid, ex auctâ alterius medii raritate vel denſitate, conſe-

consequitur, sive ad diversorum mediorum effectus inter se conferendum, jam animum adjicio.

LEMMA III.

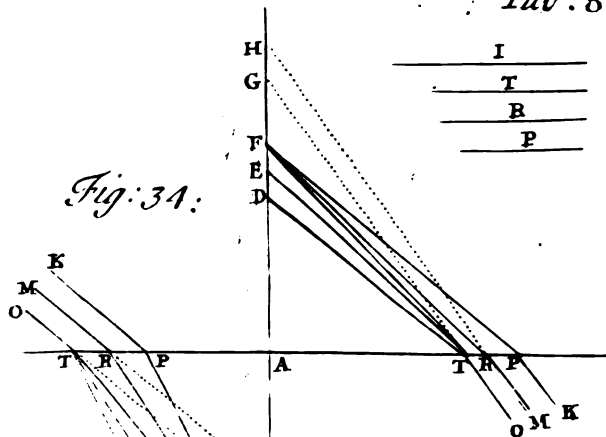
Si a duobus punctis D, G *(fig. 36) in lineâ quâpiam* AD *sitis, ad alia duo puncta* L, N *in ejus perpendiculo sita, ducantur quatuor rectæ* DN, DL, GN, GL, *ratio ductarum ad punctum remotius* N *magis accedit ad æqualitatem, quam ratio ductarum ad vicinius punctum* L, *sive est* GN. DN > GL. DL.

SIT enim GN. DN :: GL. R, & erit GNq. DNq :: GLq. Rq :: GNq — GLq. DNq — Rq. Quare, cum sit DN > GN, sive DNq > GNq, erit DNq — Rq > GNq — GLq. Verum est GNq — GLq = DNq — DLq (§. 46.) & ideo DNq — Rq > DNq — DLq, hoc est DLq > Rq, sive DL > R. Atque adeo, cum supponatur GN. DN :: GL. R, erit GN. DN > GL. DL. Q. E. D.

PROP. XIII.

Posito radiorum diversi generis communi sinu incidentiæ, quo magis diversa est mediorum densitas, eo major erit inæqualitas rationis sinuum refractionis.

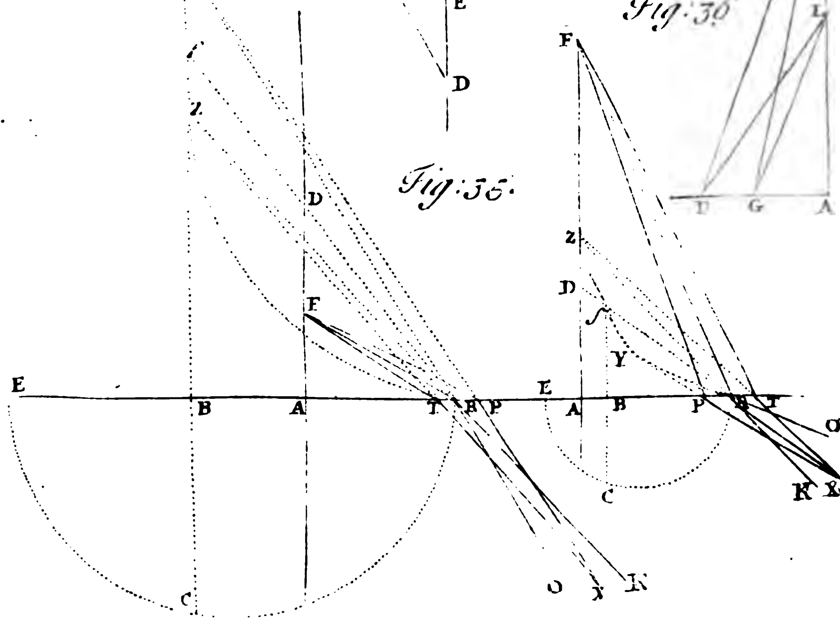
In fig. 37. ſit F c radius e minime refrangibilibus utcunque in ſuperficiem A c incidentibus, ſitque refractus ejus $c\,l$, qui retroactus ſecet perpendiculum F A in f. Dein capiatur A e, ut ſit F e ad F c in datâ quâdam ratione, qualem antea deſcripſimus, (§. 44, 45 & 49.) hâc ſcilicet conditione, ut habito F e pro radio maxime refrangibili, refractus ejus ab eodem puncto f divergat. Facto hoc, ſi pro poſteriori medio aliud utcunque denſum rarumve ſubſtituatur, ejuſmodi duo radii ſecundum eaſdem rectas F e, F c incidentes, ſemper debent ita refringi, ut ab eodem aliquo perpendiculi iſtius puncto ſimiliter divergant, (§. 45 & 46.) quemadmodum a g verſus l & n; poſito quod hoc medium poſterius ſit denſitatis ab anteriori magis diverſæ, quam alterum poſterius medium, quod efficiebat divergentes a f. Oſtendendum eſt itaque, quod major ſit inæqualitas rationis ſinuum refractionis in poſteriori quam in priori caſu. Scilicet radii F $c\,l$ ſinus incidentiæ eſt ad ſinum refractionis ut $f\,c$ ad F c, hoc eſt, ut 1 ad $\frac{Fc}{fc}$. Et ſic radii F $e\,n$ ſunt ut 1 ad $\frac{Fe}{fe}$, quare ſinus refractionum eorundem radiorum ſunt inter ſe ut $\frac{Fc}{fc}$ ad $\frac{Fe}{fe}$. Et ſimili diſcurſu conſtabit, quod radiorum c l, e n, refractorum conſimiles refractionum ſinus ſunt ut $\frac{Fc}{gc}$ ad $\frac{Fe}{ge}$. Reſtat itaque probandum,



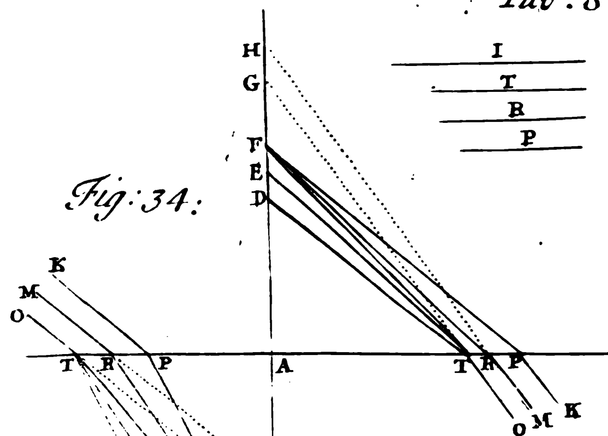
H
G
F
E
D
I
T
R
P
Y

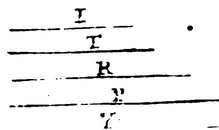
R



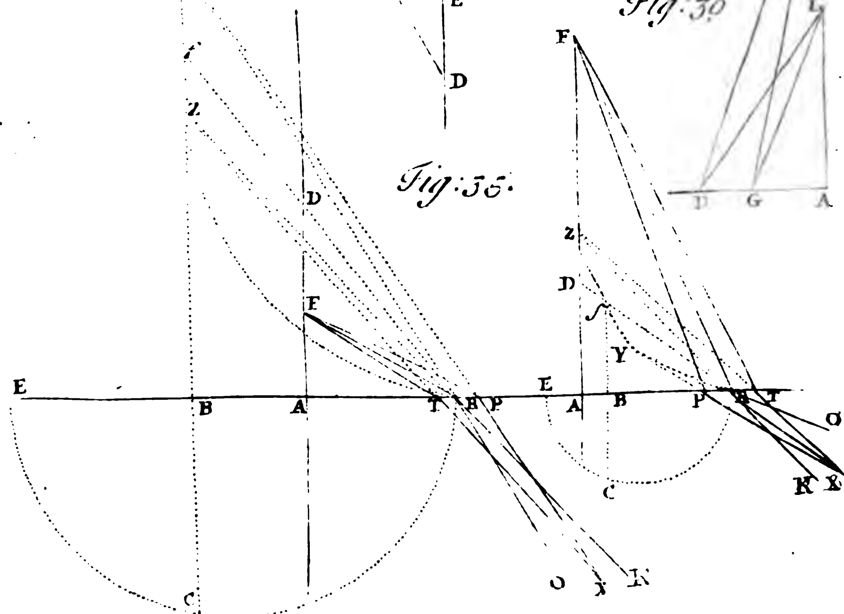


In fig. 37. sit F c radius e minime refrangibilibus utcunque in superficiem A c incidentibus, sitque refractus ejus $c\,l$, qui retroactus secet perpendiculum F A in f. Dein capiatur A e, ut sit F e ad F c in datâ quâdam ratione, qualem antea descripsimus, (§. 44, 45 & 49.) hâc scilicet conditione, ut habito F e pro radio maxime refrangibili, refractus ejus ab eodem puncto f divergat. Facto hoc, si pro posteriori medio aliud utcunque densum rarumve substituatur, ejusmodi duo radii secundum easdem rectas F e, F c incidentes, semper debent ita refringi, ut ab eodem aliquo perpendiculi istius puncto similiter divergant, (§. 45 & 46.) quemadmodum a g versus l & n; posito quod hoc medium posterius sit densitatis ab anteriori magis diversæ, quam alterum posterius medium, quod efficiebat divergentes a f. Ostendendum est itaque, quod major sit inæqualitas rationis sinuum refractionis in posteriori quam in priori casu. Scilicet radii F $c\,l$ sinus incidentiæ est ad sinum refractionis ut $f\,c$ ad F c, hoc est, ut 1 ad $\frac{Fc}{fc}$. Et sic radii F $e\,n$ sunt ut 1 ad $\frac{Fe}{fe}$, quare sinus refractionum eorundem radiorum sunt inter se ut $\frac{Fc}{fc}$ ad $\frac{Fe}{fe}$. Et simili discursu constabit, quod radiorum c l, e n, refractorum consimiles refractionum sinus sunt ut $\frac{Fc}{gc}$ ad $\frac{Fe}{ge}$. Restat itaque probandum,


Fig: 34:
H
G
F
E
D
K
M
O
T
R
P
A
I
T
R
P


I
T
R


R
N
Fig: 36
L
D
G
A


Fig: 35.
Z
D
F
E
B
A
T
R
P
C
O
K
Y

dum, quod inter $\frac{Fc}{gc}$ & $\frac{Fe}{ge}$ major sit disproportio quam inter $\frac{Fc}{fc}$ & $\frac{Fe}{fe}$; hoc est (cum sit $\frac{Fe}{fe} > \frac{Fc}{gc}$ per lem. 3) probandum restat, quod sit $\frac{Fe}{ge} \cdot \frac{Fc}{gc} > \frac{Fe}{fe} \cdot \frac{Fc}{fc}$. Scilicet est $ge \cdot fe < gc \cdot fc$, per lem. 3, & sumendo reciproca rationum, erit $\frac{1}{ge} \cdot \frac{1}{fe} > \frac{1}{gc} \cdot \frac{1}{fc}$; ducendoque priorem rationem in Fe, & posteriorem in Fc, orietur $\frac{Fe}{ge} \cdot \frac{Fe}{fe} > \frac{Fc}{gc} \cdot \frac{Fc}{fc}$, & vicissim $\frac{Fe}{ge} \cdot \frac{Fc}{gc} > \frac{Fe}{fe} \cdot \frac{F\gamma}{fc}$. Q. E. D.

SCHOL. Demonstratio perinde se habet in literis majusculis (quibus refractiones designavi cum posterius medium sit anteriori rarius) si modo vice signi $>$ ubique subintelligatur signum $<$, & $>$ vice $<$. Notabis insuper, quod in hâc posui densitatem posterioris tantum medii variatam esse, sed eodem recidit, si anteriora media successive varia adhiberi, posteriori non mutato, sive quod tantundem est, si refractiones e posteriori medio in anterius vicissim peragi concipias. Siquidem radiis in superficiem alterutrinque incidentibus consimiles sunt sinuum rationes. Cæterum de exactâ horum sinuum pro quibuslibet propositis mediis ratione investigandâ disserui ante, & propositionem haud attigissem, si non exigisset prop. 15. mox tradenda.

LEM-

LEMMA IV.

Centro A, *distantiâ quâvis* A D, *in fig.* 38. *describatur circulus* D G *g* ; *deinde centro quolibet* C, *distantiâ* A C, *describatur alius circulus secans rectam* A D *in* B, & *circulum prius descriptum in* G. *Tum arcus* B G *bisecetur in* F, & F K *demittatur ad* B D *perpendicularis. His ita constitutis, dico, quod* F K *sic perpendiculariter demissa dictam* B D *bisecabit.*

JUNCTIS enim A F, A G, B F, F G & F D. In triangulis A F G & A F D anguli ad A sunt æquales propter æquales arcus B F, F G, quibus subtenduntur ; item latera circa istos angulos A D & A G sunt æqualia, quippe radii ejusdem circuli ; & aliud latus A F habent commune, quare etiam tertia latera F G & F D sunt æqualia. Sed est B F æqualis F G propter æqualitatem arcuum, quos subtendunt, adeoque FB = F D, & triangulum F K B = triangulo F K D, & inde B K = K D.

COROL. 1. HINC recta K F, quæ subjectam ipsi B D bisecat, eique insistat normaliter, bisecabit etiam arcus B G, circulorum omnium per data duo puncta A & B transeuntium, & alicubi in G secantium datum circulum D G centro A intervallo A G descrip-

descriptum. Imo & bisecabit arcus B G *g* in altero intersectionis puncto *f*.

COROL. 2. IDEM eveniet, cum A & B coincidunt, hoc est, cum circuli A F G tangunt rectam A D in puncto A B. Potest etiam B sumi ad alteras partes ipsius A. In transcursu etiam notetur, quod anguli B F K, B G D, quos circulus A B F cum rectâ F K & arcu G D efficit, sint æquales.

LEMMA V.

Lineis quatuor A *b*, A B, A *c*, A G *(fig 39) circulo alicui ab eodem circumferentiæ puncto ita inscriptis, ut sit* A *b*, A B :: A *c*. A G, *quorum omnium* A *b sit minima: Dico angulum* B A G *majorem esse angulo b* A *c*.

DESCRIBATUR enim alius circulus A B *g*, secans priorem in punctis A & B, cujus diameter sit ad ejus A B G diametrum sicut A B ad A *b*, centris utrisque ad easdem partes ipsius A B jacentibus. Dein centro A, distantiâ A G, describe tertium circulum G H, secundo occurrentem in *g*, & istud *g* ex constructione jacebit alicubi inter G & H; atque adeo, si A *g* ducatur, erit angulus B A G major angulo B A *g*. Est autem angulus B A *g* = angulo *b* A *c*, propterea quod A B & A *g* similiter inscripta sunt circulo A B *g*, ac A *b* & A *c* ipsi A *b c*, habentes nempe

nempe easdem rationes & inter se, (A *b*. A *c* :: A B. A G vel A *g*) & ad diametros circulorum, quibus inscribuntur. Cum ergo sit B A G > B A *g* = *b* A *c*, erit B A G > *b* A *c*. Q. E. D.

COROL. 1. HINC in eodem quovis radiorum genere, quo major est refractio, eo major erit angulus refractus. In fig. 27. ubi est F R. R D : : F *r*. *r d*, erit angulus F *r d* > ang. F R D.

COROL. 2. HINC etiam si sit A G. A B > A *c*. A *b*, multo magis erit angulus B A G > *b* A *c*. Hoc est in genere, quo majores sunt subtensæ, & simul, quo major est inæqualitas rationis earum, eo major erit differentia angulorum, quos subtendunt. Atque idem de sinubus & eorum angulis, utpote subtensarum & eorum angulorum dimidiis, intellige.

LEMMA. VI.

Insuper si arcus c d ipsi b c capiatur æqualis, & A D *inscribatur circulo* A B D, *quæ sit ad* A *d sicut* A G *ad* A *c*; *cæteris stantibus, dico, quod arcus* D G *erit arcu* G B *major*.

NAM centro A, radio A D describe circulum D K E, circulo A B *g* occurrentem in K, & rectæ A B in E, & A K ducatur. Jam cum A K, A *g* & A B circulo A B *g* K similiter inscribantur, atque

A *d*,

A *d*, A *c* & A *b* ipsi A *b c*, erit arcus *g* K = arcui B *g*; quare demissâ *g* L ad B E perpendiculari, & productâ donec secet arcum B D in F, ista *g* L per lem. 4. bisecabit tum rectam B E, tum arcum D B. At quoniam *g* F ex constructione jacet extra circulum *g* G, punctum F cadet inter G & D. Quare D G > D F, sive > F B, & multo magis > G B. Q. E. D.

COROL. I. HINC, si arcus *b d* non tantum duabus sed quotcunque partibus æqualibus constet, correspondentes partes arcus *b* D, a termino *b* ad terminum D, sese gradatim superabunt longitudine. Adeoque si arcus *b c* ad arcum *c d* habeat quamcunque rationem commensurabilem, erit arcus G D. arc. B G > arc. *c d*. arc. *b c*, siquidem numerus æqualium partium mensurantium arcus *b c* & *c d*, correspondent consimili numero partium inæqualium constituentium arcus B G ac G D, quarum illæ in G D sunt omnes parte maximâ ipsius B G majores. Quinetiam, si *b c* ad *c d* habeat quamcunque rationem incommensurabilem, erit itidem G D. B G > *c d*. *b c*. Nam rationum similitudines, quæ quantitatibus commensurabilibus conveniunt indefinite, eo nomine conveniunt etiam incommensurabilibus similiter affectis, quemadmodum ex Euclideâ definitione similium rationum ostendi potest. Sed facilius deprehenditur imaginando quantitates, quas vocant incommensurabiles, posse numerari per partes inde-

nempe easdem rationes & inter se, (A *b*. A *c* :: A B. A G vel A *g*) & ad diametros circulorum, quibus inscribuntur. Cum ergo sit B A G > B A *g* = *b* A *c*, erit B A G > *b* A *c*. Q. E. D.

Corol. 1. Hinc in eodem quovis radiorum genere, quo major est refractio, eo major erit angulus refractus. In fig. 27. ubi est F R. R D :: F *r*. *r d*, erit angulus F *r d* > ang. F R D.

Corol. 2. Hinc etiam si sit A G. A B > A *c*. A *b*, multo magis erit angulus B A G > *b* A *c*. Hoc est in genere, quo majores sunt subtensæ, & simul, quo major est inæqualitas rationis earum, eo major erit differentia angulorum, quos subtendunt. Atque idem de sinubus & eorum angulis, utpote subtensarum & eorum angulorum dimidiis, intellige.

LEMMA. VI.

Insuper si arcus c d *ipsi* b c *capiatur æqualis, &* A D *inscribatur circulo* A B D, *quæ sit ad* A *d sicut* A G *ad* A *c*; *cæteris stantibus, dico, quod arcus* D G *erit arcu* G B *major*.

Nam centro A, radio A D describe circulum D K E, circulo A B *g* occurrentem in K, & rectæ A B in E, & A K ducatur. Jam cum A K, A *g* & A B circulo A B *g* K similiter inscribantur, or-

A *d*, A *c* & A *b* ipsi A *b c*, erit arcus *g* K = arcui B *g*; quare demissâ *g* L ad B E perpendiculari, & productâ donec secet arcum B D in F, ista *g* L per lem. 4. bisecabit tum rectam B E, tum arcum D B. At quoniam *g* F ex constructione jacet extra circulum *g* G, punctum F cadet inter G & D. Quare D G > D F, sive > F B, & multo magis > G B. Q. E. D.

Corol. 1. Hinc, si arcus *b d* non tantum duabus sed quotcunque partibus æqualibus constet, correspondentes partes arcus *b* D, a termino *b* ad terminum D, sese gradatim superabunt longitudine. Adeoque si arcus *b c* ad arcum *c d* habeat quamcunque rationem commensurabilem, erit arcus G D. arc. B G > arc. *c d*. arc. *b c*, siquidem numerus æqualium partium mensurantium arcus *b c* & *c d*, correspondent consimili numero partium inæqualium constituentium arcus B G ac G D, quarum illæ in G D sunt omnes parte maximâ ipsius B G majores. Quinetiam, si *b c* ad *c d* habeat quamcunque rationem incommensurabilem, erit itidem G D. B G > *c d*. *b c*. Nam rationum similitudines, quæ quantitatibus commensurabilibus conveniunt indefinite, eo nomine conveniunt etiam in [illegible]surabilibus similiter affecti[illegible] quemadmo[illegible] [illegible]tionum [illegible] Euclideâ definiti[illegible] [illegible]ginan[illegible]st. Sed facilius [illegible], pos[illegible]tes, quas vocant [illegible]i per partes indefinite

nempe easdem rationes & inter se, (A b. A c : : A B. A G vel A g) & ad diametros circulorum, quibus inscribuntur. Cum ergo sit B A G > B A g = b A c, erit B A G > b A c. Q. E. D.

COROL. 1. HINC in eodem quovis radiorum genere, quo major est refractio, eo major erit angulus refractus. In fig. 27. ubi est F R. R D : : F r. r d, erit angulus F r d > ang. F R D.

COROL. 2. HINC etiam si sit A G. A B > A c. A b, multo magis erit angulus B A G > b A c. Hoc est in genere, quo majores sunt subtensæ, & simul, quo major est inæqualitas rationis earum, eo major erit differentia angulorum, quos subtendunt. Atque idem de sinubus & eorum angulis, utpote subtensarum & eorum angulorum dimidiis, intellige.

LEMMA. VI.

Insuper si arcus c d ipsi b c capiatur æqualis, & A D *inscribatur circulo* A B D, *quæ sit ad* A *d sicut* A G *ad* A *c*; *cæteris stantibus, dico, quod arcus* D G *erit arcu* G B *major.*

NAM centro A, radio A D describe circulum D K E, circulo A B g occurrentem in K, & rectæ A B in E, & A K ducatur. Jam cum A K, A g & A B circulo A B g K similiter inscribantur, atque A d,

A *d*, A *c* & A *b* ipsi A *b c*, erit arcus *g* K = arcui B *g*; quare demissâ *g* L ad B E perpendiculari, & productâ donec secet arcum B D in F, ista *g* L per lem. 4. bisecabit tum rectam B E, tum arcum D B. At quoniam *g* F ex constructione jacet extra circulum *g* G, punctum F cadet inter G & D. Quare D G > D F, sive > F B, & multo magis > G B. Q. E. D.

COROL. I. HINC, si arcus *b d* non tantum duabus sed quotcunque partibus æqualibus constet, correspondentes partes arcus *b* D, a termino *b* ad terminum D, sese gradatim superabunt longitudine. Adeoque si arcus *b c* ad arcum *c d* habeat quamcunque rationem commensurabilem, erit arcus G D. arc. B G > arc. *c d*. arc. *b c*, siquidem numerus æqualium partium mensurantium arcus *b c* & *c d*, correspondent consimili numero partium inæqualium constituentium arcus B G ac G D, quarum illæ in G D sunt omnes parte maximâ ipsius B G majores. Quinetiam, si *b c* ad *c d* habeat quamcunque rationem incommensurabilem, erit itidem G D. B G > *c d*. *b c*. Nam rationum similitudines, quæ quantitatibus commensurabilibus conveniunt indefinite, eo nomine conveniunt etiam incommensurabilibus similiter affectis, quemadmodum ex Euclideâ definitione similium rationum ostendi potest. Sed facilius deprehenditur imaginando quantitates, quas vocant incommensurabiles, posse numerari per partes inde-

finite parvas, & ſic ad naturam commenſurabilium, præſertim quoad rationum habitudines, quodammodo reduci.

CONCIPIAS itaque arcum *bc* in æquales & indefinite multas partes dividi, & ejuſmodi tot ſumi, quæ minus quam unâ parte (hoc eſt, indefinite parum) differunt ab arcu *cd*, atque adeo ipſi pro more conſueto cenſeantur æquales; concipe etiam B D in partes æquales, ut ante definivi, correſpondentes partibus ipſius *bd* dividi, & propter tot inæquales partes, majores quidem in G D & minores in B G, quot ſunt æquales in *cd* & *bc*; erit G D. B G > *cd*. *bc*.

COROL. 2. HINC præterea componendo ſequitur, eſſe B D. B G > *bd*. *bc*, nec non G D. B D > *cd*. *bd*.

COROL. 3. CONSECTATUR denique, quod ductis utcunque partibus ſubtenſis A *b*, A *c*, A *d*, A *e* in fig. 40, & aliis quatuor A B, A G, A D, A E, quarum ſingulæ ad priorum ſingulas eandem rationem obſervant, (nempe AB. A *b* : : A G. A *c* : : A D. A *d* : : A E. A *e*,) ſi A E ſit omnium maxima, & A *b* minima, erit arcus E D. arc. G B > arc. *ed*. arc. *cb*. Nam per corol. 1. hujus, eſt E D. D G > *ed*. *dc*, & D G. G B > *dc*. *cb*; & multo magis E D. G B > *ed*. *cb*. Haud ſecus patet eſſe arcum

arcum E G. arc. D B > arc. *e c.* arc. *d b*, ſcilicet ex corol. 2. hujus eſt E G. D G > *e c. d c*, ac D G. D B > *d c. d b*, & multo magis E G. D B > *e c. d b.* Denique, quæ de ſubtenſis & earum arcubus dicta ſunt, poſſunt etiam de ſinubus & eorum arcubus intelligi.

PROP. XIV.

Heterogeneis radiis e denſiori medio in rarius ſecundum eandem datam lineam in ſuperficiem poſitione datam incidentibus, quo rarius ſit medium, in quod radii refranguntur, eo major erit differentia refractionis.

SIT in fig. 41. F L linea, ſecundum quam duo radii incidunt in ſuperficiem A L, quorum maxime refrangibilis refringatur ad P, & minime refrangibilis ad T. Dico, quod, ſi medium rarius foret adhuc magis rarum, ut refringeret maxime refrangibilem radium ad *p*, & minime refrangibilem ad *t*, tunc angulus *p* L *t* foret major angulo P L T. Demittatur enim F A ad refringentem ſuperficiem normalis, quæ ſecet refractos radios retrorſum ductos in G, C, D & E. Deinde in refringente ſuperficie quæratur tale punctum N, ut ſit F N. D N : : F L, E L, ac D N productus erit refractus radii minime refrangibilis, incidentis ab F ad N, (§. 47.) Jam, cum talis ſupponatur poſitio F L & F N, ut radii

maxime refrangibilis ſecundum F L & minime refrangibilis ſecundum F N incidentis, refracti D L ac D N divergant a puncto D, quod ſitum eſt in perpendiculo F A, eâ de cauſâ, licet raritas medii, in quod refractio peragitur, foret alia quam ſupponitur, tamen ejuſmodi radiorum ſecundum eaſdem lineas F N & F L incidentium refracti ſemper divergerent ab aliquo puncto, quod in eâdem F A ſit poſitum, quemadmodum in præcedentibus oſtenſum eſt; (§. 49.) ſic cum raritas dicti medii talis eſſe ſupponitur, ut maxime refrangibilis radius ſecundum F L incidens refringatur a puncto quopiam G; tunc minime refrangibilis ſecundum F N incidens refringetur ab eodem G. Sed, cum maxime refrangibilis radius ſupponebatur a puncto G refringi, tunc etiam minime refrangibilis ſecundum eandem lineam F L incidens ſupponebatur refringi a puncto C. Quare eſt G N. F N :: C L. F L, (§. 25 & 47.) & præterea, cum antea poſuerim eſſe F N. D N :: F L. E L, ex æquo erit G N. D N :: C L. E L. Sed per lemma 3. eſt G N. D N > G L. D L, adeoque C L. E L > G L. D L. Quare, ſi linea quædam B L ita ducatur, ut ſit C L. E L :: B L. D L, erit D L > G L propter majorem rationem, quam habet ad D L; & inſuper erit C L major B L, eo quod ſit E L > D L, & proinde punctum B cadet inter G & C, eritque angulus G L C > ang. B L C; cum vero ſit C L. E L :: B L. D L, aut viciſſim B L. C L :: D L. E L, erit angulus B L C major angulo D L E

(lem.

(lem. 1.) & multo magis ang. GLC > DLE. Q. E D.

PROP. XV.

Heterogeneis radiis e medio densiori in rarius secundum eandem datam lineam in superficiem positione datam incidentibus, quo densius est medium, e quo radii incidunt, eo major erit differentia refractionis.

SCILICET (propter majores refractiones) eo majores erunt sinus refractionum respectu dati circuli, ad quem referuntur, & simul eo major erit inæqualitas rationis istorum sinuum per prop. 13, adeoque eo major erit differentia angulorum, quos subtendunt per corol. 2. ad lem. 5, hoc est, eo major differentia refractionis. Q. E. D.

PROP. XVI.

Heterogeneis radiis e medio rariori in densius secundum eandem datam lineam in superficiem positione datam incidentibus, quo rarius est medium, e quo radii incidunt, eo major erit differentia refractionis.

SIT AD (fig. 42.) superficies, in quam duo radii secundum eandem lineam datam IX incidunt, quorum

rum alter maxime refrangibilis refrangatur ad P, & alter minime refrangibilis ad T. Dico, quod, si medium, ex quo radii incidunt, foret adhuc rarius, ut dictos radios adhuc magis refringeret, puta maxime refrangibilem versus *p*, & minime refrangibilem versus *t*, tum *p* X *t* major angulus evaderet, quam P X *t*. Id quod gradatim sic demonstro.

CAS. 1. PONAMUS primo, quod recta I X, secundum quam radii incidunt, sit ad refringentem superficiem obliquissima, ac ducatur quælibet recta P D eidem superficiei normaliter insistens in D, & secans refractos radios in punctis T, P, *t*, *p*, & I X producatur donec istam P D secet in *f*; tum in lineâ A D quæratur punctum quoddam B hâc lege, ut ductis B *f*, B P, fiat X *f*. X T : : B *f*, B P. Liquet ergo, quod, si minime refrangibilis radius incidat in B versus *f* tendens, is debet versus P refringi; quippe cum ex hypothesi sit B P. B *f* : : X T. X *f*, hoc est, sinus incidentiæ ejus & refractionis, sicut sinus incidentiæ & refractionis alterius minime refrangibilis radii I X *f*. Quamobrem, si supponamus hosce radios retrocedere, alterum nempe e minime refrangibilibus a T ad X, & alterum a P ad B, & maxime refrangibilem a P ad X, eorum omnium refracti tendunt a puncto *f*; siquidem notum est theorema, quod radii secundum refractum ejus retro incidentis, incidens vicissim sit refractus. Jam, cum radii

dii difformes P B, P X, ab eodem puncto P manantes, refringantur ab eodem *f*, quod situm est in perpendiculo P D, proportione inter P X & P B semel cognitâ, si ab alio quovis ejusdem perpendiculi puncto ad refringentem superficiem duæ ducantur lineæ eandem rationem habentes, hoc est, una designans maxime refrangibilem radium sit ad alteram, quæ designat minime refrangibilem radium, ut P X ad P B: tunc istorum refracti (ex ante demonstratis §. 45) divergent ab aliquo etiam puncto, quod situm est in eodem perpendiculo P D, utcunque medium ex parte radii I X supponatur rarum, dummodo mediorum alterum ex parte radii P X eandem densitatem retineat. Quemadmodum, si maxime refrangibilis radius incidat secundum *p* X & refringatur a *f*, medio scilicet versus I X jam posito rariori quam ante, tum recta *p b* sic ducta, ut sit P X B P : : *p* X . *p b*, radius etiam minime refrangibilis *p b* refringeretur ab eodem *f*. Unde sequitur esse *p b* ad *f b* sicut sinus incidentiæ radiorum minime refrangibilium ad sinum refractionis, §. 47. Ast in ratione istorum sinuum est etiam *t* X ad *f* X, eo quod inflexa I X *t* designet radium æqualiter refrangibilem, cujus pars I X producta transit per idem *f*. Quare est *p b*. *f b* : : *t* X. *f* X. Cum vero radius I X supponatur esse ad refringentem superficiem summe obliquus, sive in angulo infinite parvo inclinatus, adeo ut recta D *f* pro infinite parvâ seu nullâ haberi debeat, sequitur esse D X = X *f*, D B =

B *f*,

B *f*, ac D *b* = *b f*: quos valores pro X *f*, B *f* & *b f* ſubſtituendo in ſupra recenſitas proportiones B P. B *f* : : T X. X *f*, & *p b*. *f b* : : *t* X. *f* X, emergent B P. B D : : X T. X D, & *p b*. D *b* : : *t* X. D X. Ex quibus pateat rectas B P ad X T, & *b p* ad X *t* parallelas eſſe, anguloſque B P X ad P X T, & *b p* X ad *p* X *t* æquales. Sed ex hypotheſi eſt P X. B P : : *p* X. *p b*, & proinde ang. *b p* X > ang. B P X per corol. 1, lem. 5, hoc eſt, ang. *p* X *t* > ang. P X T. Q. E D.

Cas. 2. Incidentibus vero radiis, angulum definite magnum cum refringente ſuperficie conſtituentibus, propoſitum ſic patebit. Sit H X (fig. 43.) recta, ſecundum quam incidunt, & cum e medio minus raro adveniunt, ſit X M minime refractus, & X N maxime refractus. Cum vero adveniunt e magis raro, ſit X *m* minime refractus & X *n* maxime refractus. Adhibeantur etiam obliquiſſimi incidentes radii I X cum eorum refractis X T, X P, X *t* & X *p*, quales jam deſcripſimus. Ita ſcilicet, ut, cum tanta ſit anterioris medii raritas, ut radios H X incurvari verſus M & N faciat, tunc etiam conſimiles radios I X incurvet verſus T & P. Cum vero tanto major ſit ejus raritas, ut illos cogat verſus *m* & *n*, tunc hoſce ſimul cogat verſus *t* & *p*. Sit inſuper A P D circulus centro X & intervallo quolibet A X deſcriptus, qui ſecet hoſce refractos radios in T, P, M, N, *t*, *p*, *m*, *n*, a quibus ad perpendiculum B X demitta-

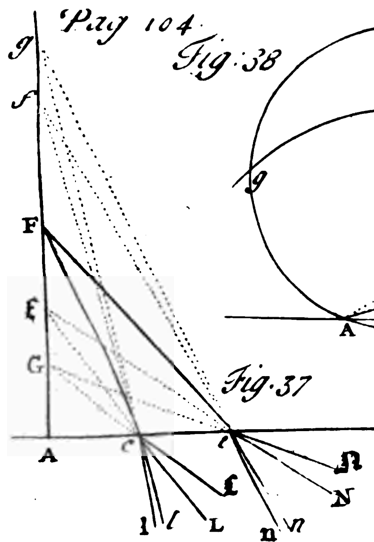
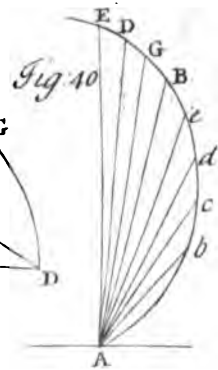
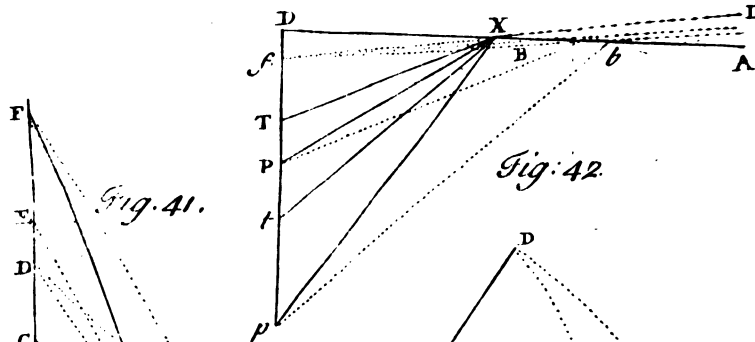
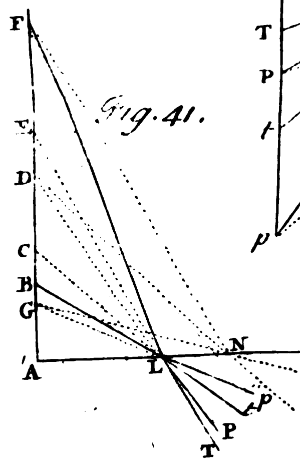
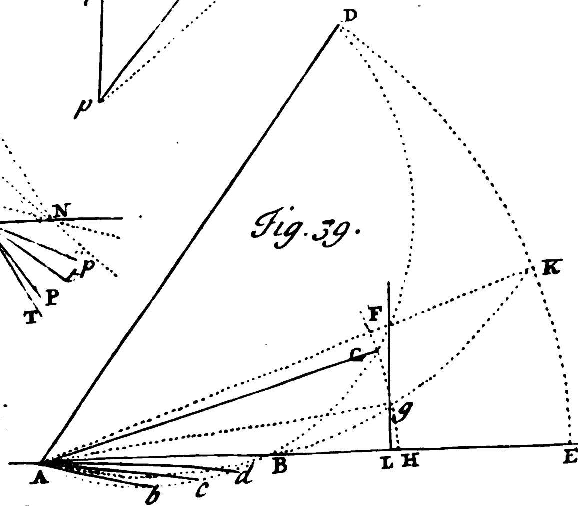

Fig. 37
g
f
F
G
A
c
e
L
l
N
n

Fig. 38


Fig. 40
E
D
G
B
e
d
c
b
A


Fig. 42
D
X
B
b
A
I
f
T
P
t
p


Fig. 41.
F
E
D
C
B
G
A
L
N
P
p
T


Fig. 39.
D
K
F
C
g
A
B
L
H
E
b
c
d

mittatur sinus refractionum T B, P C, M F, N G, *t b*, *p c*, *m f*, *n g*, & ex lege refractionum patebit esse TB. P C :: M F. N G, & *t b*. *p c* :: *m f*. *n g*; & insuper ex hypothesi & constructione patebit, esse T B sinuum istorum maximum & *n g* minimum. Adeoque per corol. 3. lem. 6, est ang. T X P. ang. M X N > ang. *t* X *p*. ang. *m* X *n*, & permutando est ang. T X P. ang. *t* X *p* > ang. M X N. ang. *m* X *n*. Verum ex ostensis in primo casu, est ang. T X P < ang. *t* X *p*. Quare & multo magis erit ang. M X N < ang. *m* X *n*. Q. E. D.

PROP. XVII.

Heterogeneis radiis e medio rariori in densius secundum eandem lineam in superficiem positione datam incidentibus, quo densius sit medium, in quod radii incidunt, eo major erit differentia refractionum ad certum usque terminum, & post eo minor perpetuo.

NAM si medium posterius densitate suâ valde parum superat anterius, ita ut refractiones indefinite parvas efficiat, differentia refractionum erit etiam indefinite parva, & proinde minor quam foret, si medium posterius supponeretur densius, ut refractiones evaderent majores. Quare auctâ medii posterioris densitate, augebitur dicta refractionum differentia; quod si densitas ejus in infinitum augea-

 tur,

tur, refractiones etiam, quantum poterunt, augebuntur, hoc est, usque dum omnes refracti radii perpendiculariter emergant, angulis refractionum & eorum differentiis tunc prorsus evanescentibus. Quare differentia refractionum rursus diminuta est, donec in nihilum evanuit.

Schol. Etsi limitis ejus determinatio, ubi differentia refractionis evadit maxima, plus tædii & laboris administrare possit, quam utilitatis; cum tamen alicujus forte momenti censeatur densitatem medii cognoscere, quod radiis in se refractis colores maxime conspicuos efficiat, non pigebit hunc insuper designare, idque primo cum incidentia sit obliquissima.

Cas. 1. Esto I X (fig. 44.) communis radiorum in superficiem A X, quæcunque media dirimentem, obliquissime incidentium via, & eorum refracti, ut ante, sunto X *p* & X *t*, & agatur recta quævis *p t* præfatæ superficiei parallela, quæ radiis istis occurrat in *p* & *t*, a quibus ad A X demissis perpendicularibus *p* C, *t* E, bisecetur C E in D, & centro D distantia D X circulus describatur, secans C *p* in P, & E *t* in T, junganturque X P & X T. Dico, quod, cum ea sit posterioris medii densitas, ut radiorum secundum I X incidentium maxime refrangibiles ad P, & minime refrangibiles ad T refringat, tunc angulus P X T quam maximus evadet. Etenim,

nim, utcunque medium posterius ponatur densum, refracti radii ita lineas C P & C T in punctis *p* ac *t* secabunt, ut recta *p t* ipsi A X parallela sit. Quare, si ducatur linea D *r*, quæ lineas omnes *p t* bisecet, centrum cujuscunque circuli per *p* ac *t* transeuntis, semper jacebit in eâdem D *r*. At angulus *p* X *t* est angulus in segmento circuli per puncta *p*, *t* & X transeuntis, qui ideo erit maximus, cum ejusmodi circulus existit minimus; propterea quod ratio subtensæ *p t* ad circuli dimensiones tunc evadit maxima. Verum iste circulus fit omnium minimus, cum centrum ejus cadit in D; siquidem pro semidiametro tunc habet X D minimam refractarum, quæ ab X ad R D duci possunt. Est ergo angulus *p* X *t* tunc maximus, cum centrum circuli transeuntis per puncta *p*, *t* & X cadit in D; adeoque, cum circulus X P T & angulus P X T ejusmodi sunt, liquet propositum.

Hinc obiter pateat hunc angulum P X T tunc etiam maximum evadere, cum talis est posterioris medii densitas, ut angulus refractionis mediocriter refrangibilium radiorum obliquissime secundum I X incidentium, sit semirectus; & eo minorem perpetim fieri, quo iste refractionis angulus a semirecto (excessu vel defectu) magis deviat. Quemadmodum, si refractiones ex aere in aquam, in vitrum & in crystallum peractæ conferantur, e calculo patebit, quod, cum angulus incidentiæ sit 90 gr. proxime,

P 2 tunc

tunc angulus refractionis in aquam erit major semirecto, inque vitrum erit minor. Quamobrem aqua minus densa est, & vitrum magis densum, quam ut efficiant angulum P X T maximum. Et proinde, cum crystallum sit adhuc densius, efficiet istum P X T minorem, quam vitrum efficeret. Et sic vitrum, etsi minus refringat, in isthoc tamen casu heterogeneos radios in se refractos magis ab invicem dissipabit quam crystallum; eoque pacto colores in oppositam ejus superficiem projicit magis districtos. Sed hæc expertu sunt difficillima, quod vitrum & crystallum densitate parum differant, nec possint haberi satis crassa, & si possent, tunc propter maximam crassitiem haud forent satis perspicua.

Cas. 2. Quod si linea, secundùm quam incidunt radii, non sit maxime obliqua, problema emergit solidum. Sed lubet modum ostendere, quo conditionibus ejus nonnihil mutatis, ad planum reduci poterit. Sciendum est, itaque, quod, cum inter extremos seu maxime difformes radios, innumeri sint intermedii, qui gradibus continue successivis & infinite parvis, alii magis aliis refringuntur, differentia radiorum extremorum conflata erit ex consimilibus intermediorum differentiis, numero & parvitate infinitis. Jam cognitis proprietatibus istarum infinite parvarum differentiarum, possumus exinde de omnibus simul aggregatis, sive de differentiis

rentiis finite parvis, quales intercedunt extremorum refractionibus, judicium ferre, præsertim cum istæ differentiæ sint admodum exiguæ. Sic cognito quod infinite parvæ differentiæ augentur, diminuuntur, vel simul maximæ evadunt aut minimæ, concludendum erit, quod omnium summa perinde augetur, diminuitur, vel maxima sit aut minima. Quod si non sint omnes simul maximæ vel minimæ, tamen summa pro maximâ vel minimâ haberi potest, cum id accidit intermediæ parti. Sic omnium colorum latitudo tunc maxima censeri possit, cum id accidit viriditati. Jam licet problema propositum, cum de differentiis finite parvis agitur, existat solidum, si tamen instituatur de differentiis infinite parvis ad planum reduci potest. Verum huic solvendo nolo obnixe incumbere, sed breviter tantum ostendam, quo pacto calculus in hoc & ejusmodi aliis sit ineundus, ut ad æquationem perveniatur, ex quâ maximus angulorum infinite parvorum possit elici. Et insuper ex eodem fundamento determinabo proportiones differentiarum refractionis respectu diversorum mediorum, quas in præcedentibus quatuor propositionibus generaliter tantum descripsi.

PRIMO itaque investiganda est regula vel æquatio, quâ, ex uno utcunque refracto radio dato, refractus alter cum eo instituens angulum infinite parvum cognosci poterit. Radiis e medio datâ den-

sitate

ſitate in medium cujuſlibet denſitatis ſecundum obliquiſſimam lineam I X fig. 45. ut prius, incidentibus, ſint X R & X *r* refracti duo, quorum alter X R ſit altero X *r* paulo magis refrangibilis, differentiâ tamen infinite parvâ, & agatur lineola quævis R *r*, his in R & *r* occurrens refringenti ſuperficiei parallela. Ad quam ſuperficiem normales etiam R D, *r d* demittantur, quas datam, finitamque diſtantiam ab X, ab invicem vero infinite parvam habere fingito. Sed lineolam R *r* cum radiis per R *r* tranſeuntibus, plus aut minus ab X D vergere (quemadmodum in præcedentibus) concipito, pro variâ poſterioris medii aſſumendâ denſitate. Jam ſi recta D R ſecet radios X *r* in M & I X in K, cum infinite parvum triangulum R M *r* ſit ſimile triangulo D M X, a quo triangulum K R X non niſi infinite parvis differentiis R X M & D X K diſcrepat, quæ diſſimilitudinem non inferunt, triangula etiam R M *r* & R D X pro ſimilibus haberi debent. Et proinde demiſſis perpendicularibus K L & R N, erit K X. L R : : R *r*. M N. Adeoque, cum ſit $LR = \frac{XRq - XKq}{XR}$, (nam eſt X R. K R $(= \sqrt{XRq - XKq})$: : K R. R L) erit etiam $MN = \frac{XRq - XKq}{XR \times XK}$ in R *r*, quæ differentia eſt inter X N, ſive X R & X M. Et inde erit X M $= XR - \frac{XRq - XKq}{XR \times XK}$ in R *r*. Inventa eſt itaque relatio inter X K, X M & X R, cum angulus

I X A

IXA sit infinite parvus. Quinetiam, utcunque obliqua ponatur incidentia, illæ XK, XM & XR eandem relationem observabunt, siquidem reciproce sunt ut sinus incidentiæ & refractionis, & proinde inventa est etiam inter eas relatio pro quâvis obliquitate incidentis IX. Atque ita cognitis, aut utcunque ad arbitrium assumptis, XK & XR, inde XM simul cognoscitur. Quod primo determinandum proposui.

QUAMOBREM sit IX linea datum quemvis angulum AXI cum refringente superficie constituens, cæterisque stantibus erit $MN = \frac{XRq - XKq}{XR \times XK}$ in Rr. Insuper est RD $(= \sqrt{XRq - XDq})$. $XD :: MN. NR$, atque adeo est $NR = \frac{XRq - XKq \text{ in } Rr \times XD}{XR \times XK \times \sqrt{XRq - XDq}}$. Quod si NR dividatur per XR, prodibit sinus anguli RXN respectu circuli, cujus semidiameter est unitas. Quare, cum angulus iste & sinus ejus sunt maximi, ad maximum angulum determinandum quærenda erit maxima quantitas NR, hoc est maximum $\frac{XRq - XKq \text{ in } Rr \times XD}{XRq \times XK \times \sqrt{æ\, Rq - XDq}}$. sive (factâ per datum $\frac{Rr \times XD}{XK}$ divisione) quærendum erit maximum $\frac{XRq - XKq}{XRq \times \sqrt{XRq - XDq}}$, id quod per methodos de maximis & minimis satis notas fieri potest, & prodibit $XRqq = 3\, XKq \times XRq - 2\, XKq \times XDq$, cujus æquationis constructio est ejusmodi. A puncto quolibet incidentis radii

radii I X (fig. 46.) demitte perpendiculum I A, & in eo ſume A F = A X, & X I producto ad B, ut ſit I B = ½ I X. Super B X deſcribe ſemicirculum B E X, cui inſcribe X E = X F, dein X B produc ad C, ut ſit B C = B E. Super C X deſcribe ſemicirculum C G X, quem in G ſecet perpendiculum I G ſemidiametro ejus ad I erectum. Denique centro X & intervallo G X deſcribatur arcus G H ſecans A I productum in H. Ducatur H X & producatur verſus R; eritque R X ipſius I X refractus, cum tanta ſit poſterioris medii denſitas, ut differentia refractionis R X M fiat omnium maxima. Quo invento, denſitas poſterioris medii talem refractionem efficientis facile dabitur. Concipe ergo radios X R & X *r* eſſe mediocriter refrangibiles, diverſo tamen gradu, & poſterius medium ſic inventum non modo inter iſtos, ſed & inter extremos ſeu maxime difformes radios, maximam circiter quam poteſt refractionis differentiam efficiet.

Sin autem hujuſmodi differentiarum proportiones ad variam raritatem vel denſitatem mediorum deſiderentur, e jam oſtenſis facile determinabuntur, dummodo ponantur infinite parvæ. Sic raritate vel denſitate poſterioris medii tantum variatâ, ut radii ſecundum I X (fig. 47.) incidentes nunc refringantur ad M & R, nunc ad *m* & *r*; ductâque quâlibet D K ipſi D X normali, quæ ſecet eos in K, M, R, *m* & *r*, erit angulus infinite parvus M X R

ad

ad consimilem angulum mXr, sicut $\frac{XRq - XKq}{XRq \times RD}$, ad $\frac{Xrq - XKq}{Xrq \times rD}$. Quod si raritas vel densitas prioris medii varietur non mutato posteriori medio, Analysta facile deprehendet, quod (in fig. 45) sit $MN = \frac{XRq - XKq}{XKq}$ in Rr, & proinde quod (in fig. 47.) sit ang. MXR. ang. mXr : : $\frac{XRq - XKq}{XR \times RD}$. $\frac{Xrq - XKq}{Xr \times rD}$; non enim perinde est, sive raritas sive densitas anterioris medii, sive posterioris medii varietur, ut e præostensis pateat.

PROPOSITIONES præcedentes ad luminis e longinquo manantis diffusionem spectant. In duabus sequentibus agitur de refractione luminis e propinquo manantis.

PROP. XVIII.

Heterogeneis radiis a dato puncto ad datum punctum per superficiem positione datam refractis, quo medium densius sit magis densum, eo major erit eorum ad invicem inclinatio ex parte medii utriusque ad certum usque terminum, & post erit eo minor.

SCILICET, cum densitas ejus haud major sit quam densitas alterius medii, ut refractio fiat infinite

Q parva,

parva, tum differentia refractionis erit etiam infinite parva, & proinde augebitur ex auctâ densitate. Quod si densitas ejus in infinitum augeatur, tum omnium radiorum in illud incidentium refracti perpendiculariter emergunt; (§. 42 & 45.) & e contra, soli perpendiculares possunt ingredi medium rarius e densiori; unde omnes radii a puncto ad punctum refracti tunc pergent in iisdem lineis, sive coincident, & sic differentia refractionis rursus in nihilum evanescet.

PROP. XIX.

Heterogeneis radiis a dato puncto ad datum punctum per superficiem positione datam refractis, quo medium rarius sit magis rarum, eo major eorum erit ad invicem inclinatio ex parte medii utriusque.

Sit A T (fig. 48.) superficies ita refringens difformes radios F T X, F P X, ut manantes ab eodem puncto F in idem rursus conveniant ad X. Dico, si medium prius esset rarius, ut præfati radii adhuc magis refringerentur, puta F T X secundum F *t* X, & F P X secundum F *p* X, quod angulus *p* X *t* foret major angulo P X T, ut & angulus *p* F *t* major angulo P F T.

Ad abbreviandum prioris casus demonstrationem, ponamus radios esse quam minime difformes, ut,

ut, propter infinite parvam differentiam refractionis, angulos P X T & *p* X *t* constituant infinite parvos. (Consule cas. 2. schol. ad prop. 17.) Tum ducatur T K refractus radii conformis ipsi F P X, ut infinite parvus angulus K T X sit differentia refractionis radiorum secundum eandem F T incidentium; & pari modo ducatur *t k* refractus radii conformis ipsi F *p* X, ut angulus infinite parvus *k t* X existat differentia refractionis radiorum secundum eandem F *t* incidentium. Liquet ergo, quod, cum radius F *t* sit obliquior quam F T, atque etiam in medium densius incidat, erit *k t* X major angulo K T X. Adhæc producantur K T & *k t*, donec in punctis D ac *d* secent lineam F A, quæ sit plano A T perpendicularis, & ultra producantur ad *f* & *g*, ita ut sit $\frac{FAq}{FT}.\ \frac{DAq}{DT} :: TF.\ Tf$, & $\frac{FAq}{Ft}.\ \frac{dAq}{dt} :: tF.\ tg$, & erunt puncta sic inventa *f* & *g* foci radiorum F T X & F *t* X per prop. 8 cas. 2. Et X *f*. T *f* :: ang. K T X. ang. P X T; ut & X *g*. *t g* :: ang. *k t* X. ang. *p* X *t*, (cas. 3. schol. prop. 12.) Istæ quidem proportionalitates non sunt omnino veræ, ubi anguli præfati, per differentiam refractionis effecti, ponuntur esse definitæ alicujus magnitudinis. Sed ad veritatem eo magis accedunt, quo anguli isti statuuntur minores, adeo ut in angulis infinite parvis pro accurate veris haberi debeant. Jam, cum ex hypothesi sit A *t* > A T, erit etiam X *t* < X T, ut & *t g* > T *f*, quemadmodum

dum patet ex determinatione punctorum g & f supra positâ. Quamobrem est $t\,g.\ T\,f > t\,X.\ T\,X$, vel permutando $t\,g.\ t\,X > T\,f.\ T\,X$, & componendo $t\,g.\ X\,g > T\,f.\ X\,f$, hoc est, substituendo rationes hisce æquales ang. $p\,X\,t$. ang. $k\,t\,X >$ ang. $P\,X\,T$. ang. $K\,T\,X$, & permutando; $p\,X\,t.\ P\,X\,T > k\,t\,X.\ K\,T\,X$, ut dictum fuit; & ideo multo magis est ang. $p\,X\,t >$ ang. $P\,X\,T$. Q. E. D.

Et hinc vero de posteriori casu, quod semper sit $p\,F\,t >$ angulus $P\,F\,T$, fiat conjectura; siquidem demonstrationem longe difficiliorem postularet, & his tamen multa impendisse verba jamdudum pertæsum est. Hæc itaque de refractionibus solitariæ superficiei sufficiant.

De radiorum bis refractorum affectionibus.

Quod si gemina sit refractio, proinde ut in prismatibus contingit, quorum phænomena præsertim explicare statui, radiorum sic refractorum passiones e præcedentibus ita manifestæ sunt, ut circa illos parum negotii interesse videatur. De parallelis quidem superficiebus nihil aliud occurrit observandum, quam quod posterior tantum recurvat radios, quantum prior incurvat. De inclinatis vero sequentia notentur.

PROP.

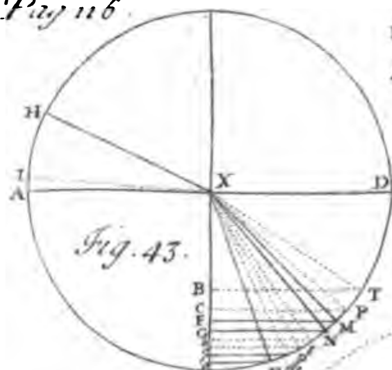


Fig. 43.
H
I
A
X
D
B
T
P
M
N
n

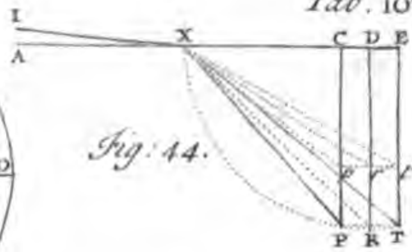


Fig: 44.
I
A
X
C
D
E
P
R
T

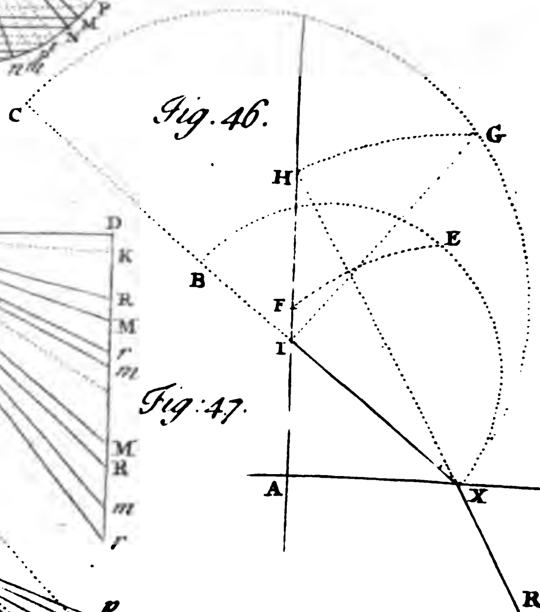


Fig. 46.
Fig: 47.
C
G
H
E
B
F
I
A
X
R

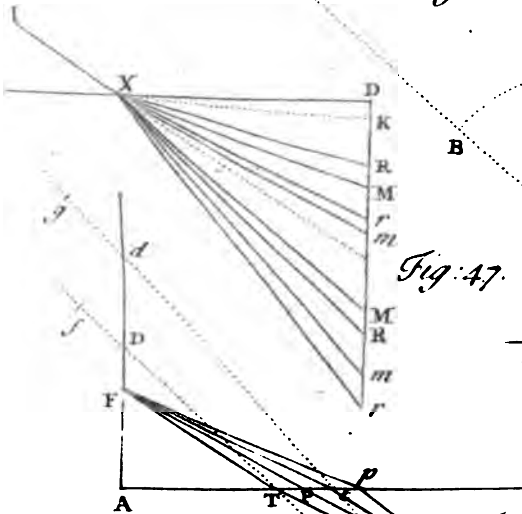


Fig: 48.
I
X
D
K
R
M
r
m
M
R
m
r
d
D
F
A
T
P
p
X
K
k

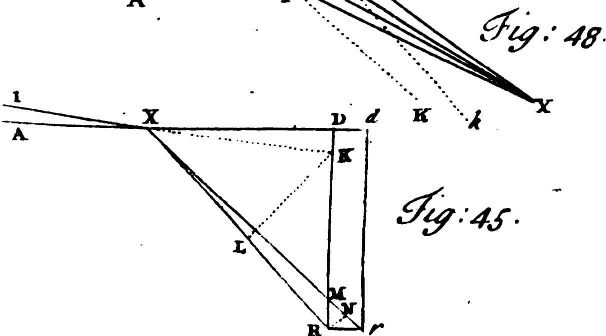


Fig: 45.
I
A
X
D
d
K
L
M
N
R
r

PROP. XX.

Homogenei radii ad prifma divergentes, poſt utramque refractionem divergere pergent.

PATET per prop. 7.

ATQUE idem de parallelis vel convergentibus radiis intellige, quod nempe poſt utramque refractionem manebunt paralleli vel convergentes.

SCHOL. QUOD ſi punctum, a quo quilibet infinite propinqui poſt utramque refractionem divergunt, ſive locus imaginis trans priſma conſpicuæ, deſideretur, inventio ejus a ſchol. ad præfatam prop. 8. manifeſta eſt. Sed ut promptius fiat conjectura, juvabit adhibere theorema hocce mechanicum. Quod imago ad eandem illam circiter diſtantiam poſt priſma apparebit, quam habet objectum, cujus eſt imago, dummodo refractiones hinc & inde non ſint admodum inæquales.

PROP. XXI.

Ex heterogeneis radiis ad priſma divergentibus, aliqui poſt utramque refractionem convergent.

ID quod conſtat ex prop. 10 & 12. Scilicet ex illis, qui in plano ad utraque refringentia plana perpendiculari

culari jacent, magis refrangibiles ex incidentiâ paulo obliquiori convenient cum minus refrangibilibus, atque idem in innumeris fere aliis continget.

PROP. XXII.

E radiis itaque ſic a puncto ad punctum, ſive ab objecto ad oculum refractis, alii ad verticem priſmatis gradatim aliis propiores tranſibunt, pro eo ut ſint magis ac magis refrangibiles.

PER prop. 10. unde colorum ordines definiuntur, de quibus poſthac.

PROP. XXIII.

Quo major eſt angulus verticalis priſmatis, cæteris paribus, differentia refractionis fiet eo major, & inde colorum apparentia diſtinctior.

ET hoc manifeſtum eſt e prop. 2.

PROP. XXIV.

Quo denſior eſt priſmatis materia, vel quo rarius eſt medium circumfluum, cæteris paribus, eo major erit refractionis differentia, & inde colorum apparentia manifeſtior.

SCILICET

SCILICET posterior casus e prop. 14 & 16 patet. Priorem vero, ne per prop. 17. in dubium revocetur, sic ostendo. Concipe magis refrangibilem radium P D (fig. 49.) & minime refrangibilem T D sic in prisma ad idem quodvis punctum D incidere, ut refracti pergant in eâdem lineâ D *d*, ac denuo in *d* refracti divergant versus *p* ac *t*. Quo posito constat per prop. 15, quod angulus *pdt* ex auctâ prismatis densitate augebitur; deque angulo P D T par est ratiocinatio, si modo radii consimiles secundum easdem lineas retrocedere concipiantur. Patet itaque assertio de radiis in prismate coincidentibus, & inde etiam de parallelis.

LEMMA VII.

Radiis tribus homogeneis b I, *g* I, *d* I (fig. 50.) *e medio densiori in rarius per superficiem* I K *refractis, si differentiæ incidentiarum b* I *g*, *g* I *d sint æquales, summa refractorum angulorum extremis radiis effectorum erit duplo major anguli refracti per intermedium effecti; hoc est refractis radiis retroactis ad* B, G *ac* D: *Dico, quod sit angulus* B I B + D I *d* > 2 ang. *g* I G.

ETENIM descripto quovis circulo A D G tangente refringentem superficiem in I, cujus diameter sit A I, quique dictos radios secet in *b*, *g*, *d*, B, D, G. Quando

Quandoquidem anguli b I g & g I d ſint æquales, erunt etiam arcus bg & gd æquales. Sed ductis A g, A b, &c. erunt A b, A g, A d ſinus incidentiarum, adeoque inter ſe ut ſunt A B, A G, A D ſinus refractionum. Quare (per lem. 6.) eſt arcus D G major arcu G B, & inde $2gG < 2gG - GD + GB = gD + gB = gD - gd + gb + gB = Dd + Bb$, hoc eſt, $2gG < Dd + Bb$, ſive angulus B I b + ang. d I D > 2 ang. g I G. Q. E. D.

PROP. XXV.

Homogeneis radiis a priſmate refractis, angulus, quem incidentes & emergentes comprehendunt, tunc maximus evadit, cum æqualis eſt hinc & inde refractio.

SIT A B C (fig. 51.) priſma, G R S N radius utrinque æqualiter refractus ad R & S. Eſt I P Q L alius radius refractus inæqualiter, magis quidem ad P, minus ad Q, & producantur hi radii donec ſibi occurrant, I P & Q L in T, G R vero & N S in V. Dico angulum R V S eſſe majorem angulo P T Q. Quod ut pateat, concipe radios in lineis P Q & R S hinc inde pergentes utrinque egredi priſmate, & ſic e medio denſiori in rarius refringi. Nam in triangulis C P Q, C R S, cum angulus C communis ſit, cæterorum angulorum ſummæ erunt æquales;

æquales; & proinde, cum C R S sit isosceles, duplum anguli C R S æquabitur angulis C P Q + C Q P. Quamobrem radii Q P incidentia ad P tanto major est incidentiâ radii R S ad S, quanto eadem incidentia sit major incidentiâ P Q ad Q. Trium itaque incidentiarum differentiæ sunt æquales, adeoque, juxta lemma præmonstratum, summa refractorum angulorum, per incidentiam maximam & minimam effectorum, major erit duplo anguli refracti per incidentiam mediocrem effecti. Hoc est, ang. Q P T + ang. P Q T > 2 ang. R S V, sive > ang. R S V + ang. V R S. Itaque, cum in triangulis P T Q & R V S summa angulorum ad basin P Q sit major summâ eorum ad basin R S, erit angulus verticalis R V S major angulo verticali P T Q. Q. E. D.

LEMMA VIII.

Si secundum tres lineas b I, g I, d I (fig. 52.) *æquales angulos* b I g, g I d *continentes tres radii minime refrangibiles incidant ad* I *in superficiem* I K, *& e medio densiori in rarius refringantur, quorum refracti retrorsum producti sint* I B, IG, I D; *& præterea, si trium maxime refrangibilium radiorum, secundum easdem lineas* b I, g I, d I *incidentium, refracti retrorsum producti sint* I b, I g, I d, *differentia refractionis radiorum, quorum incidentia est minima, una cum differentiâ refractionis*

eorum, quorum incidentia est maxima, major erit quam dupla differentia eorum, quorum incidentia est mediocris. Hoc est, ang. B I b + *ang.* D I d > 2 *ang.* G I g.

Etenim descripto quovis circulo A D G tangente refringentem superficiem in I, cujus diameter sit A I, quique præfatos radios in punctis *b*, *g*, *d*, B, b, G, g, D, d secet: Concipe subtensas ab A ad quodlibet istorum punctorum duci; & erunt A *b*, A *g*, A *d* inter se, ut sunt A B, A G, A D, atque etiam, ut sunt A b, A g, A d. Unde sequitur, quod A B, A G, A D inter se sunt, ut A b. A g, A d. Et præterea per lem. *6*, quod sic arcus G D > arcu B G, & arcus g d > arcu b g. Jam fiat arcus G M = B G, eritque G D > G M & A D > A M. Item in peripheriâ A D sume punctum quoddam N sub hâc conditione, ut, si concipias A M, A N subtensas duci, sit A B. A b : : A M. A N, & erunt A B, A G, A M inter se, ut sunt A b, A g, A N, adeoque, cum arcus B G ac G M sint æquales, erit summa arcuum B b + M N (per lem. 8.) major duplo arcu G g. Sed, cum sit A M. A N : : (A B. A b : :) A D. A d, vel converse A M. A D : : M N. D d, propter A D > A M erit arcus D d > arcu M N, & utrobique addito arcu B b erit arc. B b + arc. D d > arc. B b + arc. M N, & multo magis erit arc. B b + arc. D d > duplo arcu

G g,

G g, ſive ang. B I b + ang. D I d > 2 ang. G I g. Q. E. D.

PROP. XXVI.

Heterogeneis radiis a priſmate refractis, differentia angulorum, quos incidentes cum emergentibus conſtituunt, tunc minima evadit, cum æquales ſunt utrobique refractiones.

In priſmate A B C (fig. 53.) ſumatur C R æqualis C S, & R S ducatur, ut & alia quævis linea P Q, quæ non ſit parallela ad R S; & concipe radios in priſmate ſecundum has lineas P Q & R S hinc inde pergentes, ad puncta P, Q, R & S egredi, & maxime refrangibiles verſus K, M, H & O refringi, ac minime refrangibiles verſus I, L, G & N. Dico, quod refractionum inæqualiter ad P & Q factorum differentiæ ſimul ſumptæ I P K + L Q M ſint majores quam H R G + N S O differentiæ refractionum æqualiter ad R & S factarum ſimul ſumptæ. Nam incidentiarum ad P, Q & S differentiæ ſunt æquales, ut oſtenſum erat in prop. præcedenti, atque adeo per lem. 8. differentia refractionis radiorum difformium ad P, ubi maxima eſt incidentia, una cum differentiâ conſimili ad Q, ubi minima eſt incidentia, excedit duplum conſimilis differentiæ ad S, ubi differentia mediocris eſt. Hoc eſt, ang. I P K + ang. L Q M > 2 ang. N S O. Sive,

 cum

cum G R H & N S O æquentur, ang. I P K + ang. L Q M > ang. N S O + ang. G R H. Q. E. D.

SCHOL. Posui quidem radios e prismate utrobique egredi; sin pergant ab I & K per P & Q ad L & M, & a G & H per R & S versus N & O, linearum positiones & quantitates angulorum non inde mutabuntur; & proinde demonstratio præfata tunc etiam valebit; & propter eandem rationem valebit etiam, cum radii ad prisma divergentes, evadunt in prismate paralleli. Quod idem de propositionum 24 & 25 demonstrationibus itidem intellige. Quinetiam aliis quibuscunque casibus, ubi divergunt ante refractionem & post convergunt, vel in prisma incidunt paralleli, non adeo multum a parallelismo intra prisma recedunt unquam, quin ut anguli vel differentiæ angulorum, quos incidentes cum emergentibus constituunt, pro iisdem circiter haberi possint, ac si intus essent paralleli; adeoque dictas propositiones ad omnes omnino casus extendi.

PROP. XXVII.

Si denique radiis, a dato puncto F *ad datum punctum* X *per prisma* A B C (fig. 54.) *positione datum refractis, desiderentur anguli* D F E, G X H, *quos heterogenii comprehendunt.*

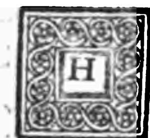
PROBLEMA ex eorum numero est, quæ veteres linearea dixêre; at sequens mechanica solutio, quan-

quantum exigunt res practicæ, veritati appropinquat. Finge summam angulorum D F E + G X H æqualem esse angulo N M O, quem radii duo, alteriis F D & F E, quod ad refrangibilitatem consimiles, ac juxta quamvis lineam L M, rectæ angulum D F E bisecanti quam proxime parallelam, incidentes post binam refractionem constituunt. Et e radiis ad X refractis, aliquem G X cum incidente radio F D convenientem in V, produc ad *f*, ut sit *f* locus imaginis, quam objectum F oculo in X constituto exhibet. Dein ang. O M N ac distantiis *f* X & *f* V mechanice cognitis, dic esse *f* X. *f* V : : ang. N M O. ang. G X H, & erit G X H, quem quæris proxime; quemadmodum ex ostensis ad schol. prop. 12, quodammodo manifestum est. Cum refractiones utrobique non sunt admodum inæquales, res expeditius absolvitur per schol. ad prop. 1. fingendo esse V X. F V : : ang. D F E. ang. G X H, vel composite F V + V X. F V : : ang. N M O. ang. G X H.

SECTIO

SECTIO QUARTA.

De Refractionibus curvarum superficierum.



HÆC de refractionibus planorum: De curvis & præsertim sphæricis superficiebus jam agendum est, quarum doctrinam respectu homogeneorum radiorum sequentibus propositionibus complecti conabimur.

PROP. XXVIII.

Radii in curvam superficiem incidentis refractum ducere.

NEMPE eadem est refractio radii a curvâ ac est a plano contingente curvam in puncto refractionis. Quære ergo refractum a contingente plano per prop. 3.

PROP. XXIX.

Si radii seu paralleli, seu ad punctum aliquod contermini, se sphæræ objiciant refringendos, re-

fracto-

fractorum axi quam proximorum concursum sive focum determinare. †

SIT A (fig. 55.) punctum radios ejaculans versus sphericam superficiem B N P centro C descriptam; e vertice & centro erige ad axem A C perpendiculares B H & C I, ipsisque occurrentem in H & I age quamlibet A I per punctum A. Tum a puncto C versus I cape C R, quæ sit ad C I ut sinus refractionis ad sinum incidentiæ, & age rectam H R occurrentem A C in Z, & erit Z concursus refractorum, quem oportuit determinare. Sit enim A N radius axi vicinissimus incidens ad N, & occurrens C I in K. Age N Z occurrentem C I in g, & ut mos est, concipe infinite parvum arcum B N æqualem esse B M segmento rectæ B H ad radium A K terminato, & erit C I. C R :: C K. C g *, hoc est, C K. C g ut est sinus incidentiæ ad sinum refractionis. Et proinde, cum anguli C A K & C Z g ex hypothesi sint infinite parvi, adeoque B N ad K N, & C g ad N Z perpendiculares vel saltem æquipollente perpendiculis, erit N Z refractus ipsius A N. Q. E. D.

COROL. 1. POSITO I ad R ut est sinus incidentiæ ad sinum refractionis, erit $\frac{I}{R}$ A B. A C :: B Z. C Z.

† Vid. Barrow. Lect. Opt. L. xiv. ad finem.

* Nam C I. C K. (B H. B M ::) C R. C g, & alternando, C I. C R :: C K. C g.

Est

Est enim $\frac{I}{R}$ A B. A B :: (I. R ::) C I. C R, & A B. A C :: B H. C I. Et ex æquo perturbate $\frac{I}{R}$ A B. A C :: (B H. C R ::) B Z. C Z.

COROL. 2. SI quando punctum A infinite distet, seu parallelos radios ejaculetur, tum propter æquales B H & C I, erit I. R :: B Z. C Z. Atque ita, si refracti radii paralleli sunt, tum propter æquales B H & C R, erit I. R :: A C. A B.

COROL. 3. SI e quatuor punctis A, B, C & Z tria quævis dentur, potest quartum inveniri, ut e sequentibus exemplis patebit.

EXEM. 1. DENTUR A, B, C, & quæratur Z. Scilicet est $\frac{I}{R}$ A B. A C :: B Z. C Z; adeoque divisum, $\frac{I}{R}$ A B — A C. A C :: B C. C Z.

EXEM. 2. SI datis A, B & Z quæratur C; cum sit $\frac{I}{R}$ AB. AC :: BZ. CZ, vicissim erit $\frac{I}{R}$ A B. B Z :: A C. C Z, & composite $\frac{I}{R}$ A B + B Z. $\frac{I}{R}$ A B :: A Z. A C.

EXEM. 3. SI datis A, C & Z quæratur B; cum sit $\frac{I}{R}$ A B. A C :: B Z. C Z, sive A B. $\frac{R}{I}$ A C ::

B Z.

B Z, C Z, viciſſim erit $\frac{R}{I}$ A C. C Z :: A B. B Z, & compoſite $\frac{R}{I}$ A C + C Z. C Z :: A Z. B Z.

POSSUNT eadem determinari per ductum linearum; veluti ſi datis A, B & Z quæratur C. Erige B H perpendicularem ad A Z cujuſvis longitudinis, & in eâ cape B G, quæ ſit ad B H, ut I ad R; junge A H & G Z occurrentes in I, & I C normaliter demiſſa ad A Z incidet ad punctum quæſitum C.

NOTA 1. QUOD Z ſit locus imaginis objecti A per refractionem exhibitæ, cum ſpectatoris oculus in axe ultra Z conſtituitur.

2. SI quando refracti radii divergant, vel incidentes convergant, vel ſint paralleli, ſimilis erit problematis conſtructio, mutatis tantum ſuo modo mutandis.

3. SI e puncto A emiſſi radii per plures ſphæricas ſuperficies, eundem axem A C retinentes, ſucceſſive tranſmittantur, ad concurſum poſt omnes refractiones determinandum, quære primo concurſum radiorum poſt primam refractionem, deinde concurſum eorundem poſt ſecundam refractionem; juxta ac ſi primario emiſſi fuiſſent e puncto præcedentis concurſus, & ſic deinceps donec ad ultimum concurſum deventum ſit. Atque hoc pacto locus

imaginis objecti cujusvis per telescopium vel microscopium visi determinari potest.

4. Ope corol. 3. lentes ex sphæricis superficiebus confici possunt, quæ telescopiis modo quolibet designato constituendis inservient. Patet enim ex illo corollario, quod non tantum refractiones datarum lentium investigari possunt, sed & lentes delineari, quæ datas refractiones peragent.

LEMMA IX.

Ad datam quamvis curvam concursum axis & vicinissimi perpendiculi determinare.

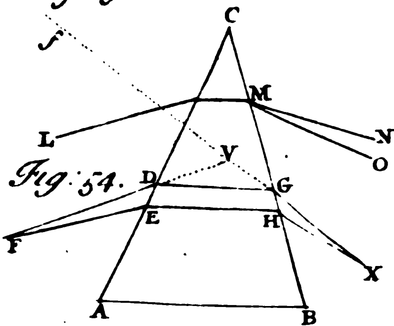
In fig. 56. sit B N *n* curva, & ad quodvis ejus punctum *n* indeterminate spectatum quære perpendiculum *n c* per notas methodos ducendi perpendicula curvarum, & simul invenies longitudinem B *c*. Tum (demisso ad B *c* normali *n t*) finge B *t* vel *n t* infinite parvam esse, seu nullam, & emergit longitudo B C, cujus terminus est ad concursum axis cum vicinissimo perpendiculo.

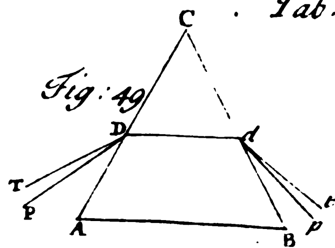
Exem. 1. Sit B N *n* parabola, cujus latus rectum r, & B *t* dic x; erit B $c = x + \frac{1}{2}r$, ut notum est. Pone jam $x = 0$, & restabit $\frac{1}{2}r$ pro longitudine B C ad verticem.

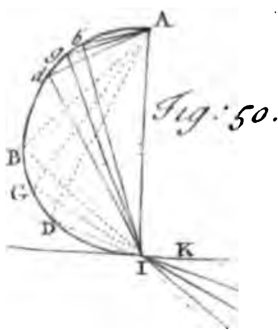
Exem.

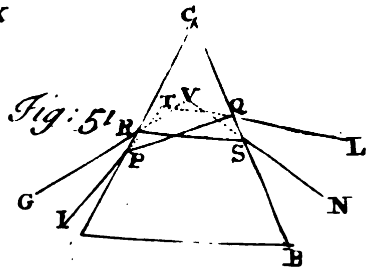
Pag 130

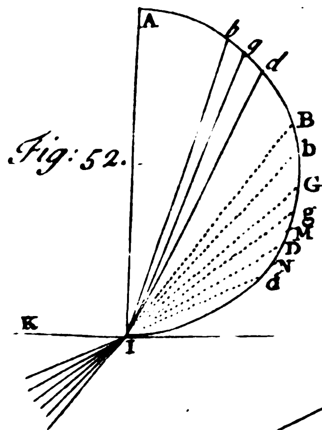
Tab. II.

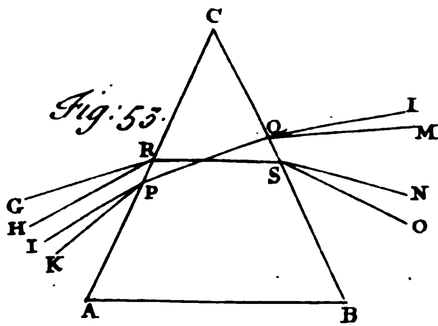


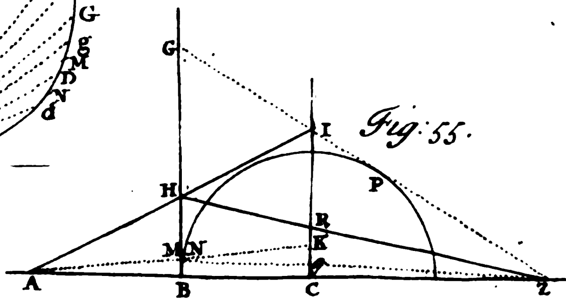












EXEM. 2. SIT B N n ellipsis cujus latus rectum r & transversum q, eritque (ut notum est) $Bc = x + \frac{rx}{q} + \frac{1}{2} r$. Jam pone $x = 0$, & restabit iterum $\frac{1}{2} r$ pro longitudine B C ad verticem. Nec secus in curvis magis compositis procedendum est.

PROP. XXX.

Radiis in curvam quamvis superficiem quam proxime perpendiculariter incidentibus, refractorum concursum, seu focum, determinare.

ESTO P B Q (fig. 57.) curva quævis, A commune punctum, seu concursus incidentium radiorum, A B radius perpendicularis sive axis, & A N radius quam proxime perpendicularis sive axi proximus, sitque N C ad curvam perpendicularis, axique A C occurrens ad C. Et puncto C per lem. 9. invento, erige ad B & C perpendicula B H & C I, quibus in H & I occurrentem age quamvis A I. Versus I cape C R, quæ sit ad C I ut sinus refractionis ad sinum incidentiæ, & recta H R occurret ipsi A B in quæsito refractorum concursu Z.

PROBATUR ad modum præcedentis propositionis, & huic etiam consimilia corollaria & notæ competunt.

PROP. XXXI.

Parallelis radiis in sphæram incidentibus, refractorum ab axe remotorum errorem a principali foco determinare.

In schem. 58. sit N B M sphæra, C centrum ejus, C B semidiameter incidentibus radiis parallela, A N radius incidens & N K refractus ejus, occurrens axi seu semidiametro C B in K; & posito F principali foco, *i. e.* in quem radii prope axem jacentes congregantur, quærendus erit error F K. Demitte ergo perpendiculares C E in N K, & N G in C K, & dic C B $= a$, G B $= x$ & C K $= z$, atque ex naturâ circuli erit N G q $= 2ax - xx$, cui adde G K q, hoc est $zz + 2xz - 2az + xx - 2ax + aa$, & prodibit N K q $= zz + 2xz - 2az + aa$. Jam, cum N G sit ad C E ut sinus incidentiæ ad sinum refractionis, sive ut I ad R, & propter similitudinem triangulorum C E K & N G K, N K & C K sint in eâdem ratione, erit II. RR :: (NKq. CKq ::) $zz + 2xz - 2az + aa. zz$; adeoque II$zz =$ $zz + 2xz - 2az + aa$ in RR, & factâ reductione $zz = \frac{2RRaz - 2RRxz - RRaa}{RR - II}$, extractâque radice $z = \frac{RRa - RRx + R\sqrt{IIaa - 2RRax + RRxx}}{RR - II}$,

i. e.

i. e. radicali in infinitam feriem redactâ, $z = \frac{Ra}{R-I} - \frac{RRx}{IR-II} - \frac{R^3x^2}{2I^3a} - \frac{R^5x^3}{2I^5a^2}$, &c. Jam, cum per corol. 2 vel 3 ad prop. 29 fit $\frac{Ra}{R-I} = CF$ (id quod etiam innotefcit ex valore z jam invento, fingendo effe $x = o$) ex hoc CF fubduc inventum valorem z & reftabit $\frac{RRx}{IR-II} + \frac{R^3x^2}{2I^3a}$, &c. pro valore erroris KF, quem quærimus.

COROL. 1. SI BG five x ponatur valde exigua, erit $\frac{RRx}{IR-II}$ quam proxime æqualis KF; tunc enim quantitates $\frac{R^3x^2}{2I^3a} + \frac{R^5x^3}{2I^5a^2}$, &c. propter afcendentes poteftates ejufdem x evadunt admodum exiguæ, & refpectu termini $\frac{RRx}{IR-II}$ pro nullis haberi poffint.

COROL. 2. QUINETIAM, fi ftatuas $NG = y$, erit $\frac{RRyy}{2IRa-2IIa} = KF$ circiter. Etenim eft NGq $= BG \times \overline{BC+CG}$, five $= BG \times 2BC$ proxime, hoc eft, $yy = 2ax$ fere, vel $\frac{yy}{2a} = x$, & fubftituendo $\frac{yy}{2a}$ pro x in valore ipfius KF, $\frac{RRyy}{2IRa-2IIa} = KF$.

COROL.

COROL. 3. HINC errores K F sunt ut sagittæ G B, vel ut quadrata semichordarum N G.

COROL. 4. SI radius A N K detur positione, & paralleli alicujus, axi proprioris & ad alteras axis partes incidentis, radii an refractus nk ducatur, secans axem in k, & hunc refractum N K in Q, & ad axem ducatur normalis Q o; linea K o evadet omnium maxima, ubi radius an duplo minus distat ab axe circiter, quam radius alter A N. Demissâ enim ad axem normali $n\,g$, ponatur $n\,g = v$, K $o = s$, G K $= f$, & K F $= h$, & per corol. 3 hujus, erit $\frac{hyy - hvv}{yy} =$ K k.

PRÆTEREA est G K. GN : : K o. Q o; adeoque Q $o = \frac{ys}{f}$: Item $g\,n$. G K ($= g\,k$ proxime) : : Q o. $o\,k$, quare $o\,k = \frac{ys}{v}$. Huic adde K o & iterum prodit K $k = \frac{vs + ys}{v}$. Quamobrem est $\frac{vs + ys}{v} = \frac{hyy - hvv}{yy}$, factâque divisione per $v + y$, & reductâ æquatione, prodit $s = \frac{hvy - hvv}{yy}$.

JAM ut maximus s inveniatur, multiplica terminos juxta methodum Huddenii per dimensiones quantitatis

tatis indeterminatæ v, & emerget o $= \frac{bvy - 2bvv}{yy}$, sive $y = 2v$, hoc est NG $= 2ng$.

Corol. 5. Et hinc Ko, ubi maximum est, æquatur quartæ parti ipsius KF circiter; nam in valore ipsius s jam ante invento, si scribas $2v$ pro y, exoritur $\frac{1}{4}b = s$.

Corol. 6. Est etiam oQ $= \frac{Ry^3}{8Iaa}$. Nam est GK (= BF proxime). GN :: Ko. oQ, hoc est * $\frac{Ra}{R-I}$. y :: $\frac{RRyy}{8IRa - 8IIa}$ (= $\frac{1}{4}$ KF). † $\frac{Ry^3}{8Iaa}$.

Corol. 7. Si arcus BM sumatur æqualis BN, & Bm = Bn, ac radii ad puncta M & m refracti ducantur sibi occurrentes in P; constat esse spatium PQ = || $\frac{Ry^3}{4Iaa}$, duplum nempe ipsius oQ; & præterea constat, refractos omnium radiorum in sphæricam superficiem inter N & M cadentium, convergere in spatium hocce PQ, & idem PQ esse minimum circulare spatium in quod possent omnes congregari; adeoque focum esse, seu locum imaginis objecti, parallelos radios in lentem, ad usque limites M & N apertum, ejaculantis. Scilicet nulli ra-

* $\frac{Ia}{R-I}$ † $\frac{RRy^3}{8IIaa}$ || $\frac{RRy^3}{4IIaa}$

dii

dii poſſunt tranſilire hoc ſpatium; quia cum *o* Q ſit in datâ ratione ad K*o*, eritque *o* Q ſimul maximum, adeoque punctum Q omnium verſus F jacentium remotiſſimum ab axe, in quo radius quiſquam concurrit cum externo radio N K; neque poſſunt in minus ſpatium congregari, quia radii N K & M K ſecant externos radios in punctis P & Q, quibus ſpatium P Q terminatur.

CoROL. 8. SI circuli N B M apertura augeatur vel minuatur, error lateralis P Q erit ut y^3, ſive ut cubus latitudinis aperturæ N M. Item ſi immutatâ aperturâ mutetur circuli magnitudo, error P Q erit reciproce ut aa ſive ut C B q, adeoque ut B F q, ſiquidem C B & B F ſint in datâ ratione: ſin vero & circuli magnitudo & apertura mutetur, erit error ille P Q ut $\frac{y^3}{aa}$ ſive ut $\frac{\text{N M cub.}}{\text{B F quad.}}$ quemadmodum ex $\frac{{}^{*}Ry^2}{4Iaa}$ valore ipſius P Q conſtare poteſt.

SCHOL. EODEM fere modo, quo radiorum parallele incidentium errores K F & P Q determinavimus, conſimiles divergentium vel convergentium errores, licet calculo difficiliori, determinari poſſunt.

* $\frac{RRy^3}{4IIaa}$

PROP.

PROP. XXXII.

Si radii sive paralleli, sive versus commune aliquod punctum inclinati, se sphæræ objiciant refringendos, refractorum extra axem sibi quam proximorum, & in eodem plano cum incidentibus jacentium, concursum determinare.

In fig. 59. sit A N incidens radius, N K refractus ejus, & N V in plano trianguli A N K recta linea tangens sphæram ad N. Ad A N duc N R perpendicularem & occurrentem axi A C in R, nec non R V parallelam & occurrentem tangenti N V in V. Item ad NK duc N Q perpendicularem, & V Q parallelam convenientes in Q, & age Q C occurrentem N K in Z, eritque Z concursus radiorum ipsi A N viciniffimorum. Sit enim A *n* alius ex incidentibus priori A N infinite vicinus, & occurrens NR in G. Age *n* Z occurrentem N Q in H, & ad A N & N K e C centro sphæræ demitte normales C D & C E, occurrentes A *n* & *n* Z in *d* & *e*. Jam, cum A N supponatur infinite vicinus A *n*, arcus infinite parvus N *n* pro rectâ coincidente cum tangente N V haberi potest, ac triangula N G *n*, N R V, & N H *n*, N Q V pro similibus. Quare est D C. D *d* :: (N R. N G :: N V. N *n* :: N Q. N H ::) E C. E e. unde divisim & alternatim, D C. E C :: *d* C. *e* C. Est autem

T D C

D C ad E C ut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis, propterea quod N K ſit refractus ipſius A N, adeoque etiam *d* C eſt ad *e* C ut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis. Et proinde, cum anguli D A *d* & E Z *e* ſint infinite parvi, atque adeo C *d* ad A *n* & C *e* ad *n* Z perpendiculares, vel ſaltem perpendiculis æquipollentes, erit *n* Z refractus ipſius A *n*. Q. E. D.

COROL. 1. EST N D. N E : : (ſive N P. N F : :) N R. N Q. Nam actâ N C, propter triangula N R V & N D C, N E C & N Q V ſimilia, eſt N D. N R : : (N C. N V : :) N E. N Q, & alterne N D. N E. : : N R. N Q.

HINC promptior emergit problematis reſolutio, nempe ad radios A N, N K erige normales N R, N Q, quorum N R axi A C occurrat, & N Q ſit ad N R ut N F ad N P. Dein age Q C, quæ cum N K in quæſito puncto Z conveniet. *

COROL. 2. EST etiam A N x D C x N E. A D x E C x N D : : N Z. E Z; nam eſt A D. A N : : D C. N R, & inde $N R = \frac{AN \times DC}{AD}$. Item N D. N E : : N R. N Q, & inde $NQ = \frac{AN \times DC \times NE}{AD \times ND}$, adeoque A N x D C x N E. A D x E C x N D : : (N Q. E C : :) N Z. E Z.

* Vid. Barrow Lect. Opt. L. xiii. Art. 26.

COROL.

COROL. 3. SI punctum radians A infinite distet sive parallelos radios ejaculetur, posito I. R :: sinus incidentiæ, sin. refract. erit I x NF. R x NP :: NZ. EZ. In hoc enim casu AN & AD, cum sint infinite longæ, pro æqualibus haberi debent. Atque adeo per corol. 2 hujus, erit DC x NE. EC x ND :: NZ. EZ. Sed ex hypothesi est DC. EC :: I. R, & proinde I x NE. R x ND :: (NZ. EZ ::) I x NF. R x NP. Cæterum de his vide plura in Lectionibus Dris. Barrow.

NOTETUR autem 1°. quod mutatis mutandis resolutio problematis cuicunque casui facile accommodatur, sive radii incidentes divergant a puncto aliquo, vel ad idem convergant, vel incidant paralleli.

2° Cum e radiis huic ANK proximis, qui jacent in plano ANK, conveniant in Z, qui vero in conicâ superficie, per revolutionem trianguli ANK circa latus AK generatâ, jacent, conveniant in K; erit maxima radiorum ipsi ANK undique proximorum constipatio circa medium spatii KZ, puta ad Y; & proinde oculo in lineâ NK ultra K constituto, visibilis imaginis objecti A, per refractionem sphæricæ superficiei BN visi, locus erit ad Y, vel saltem intra limites K & Z; nam locus ille non præcise definitur.

3°. CUM radii pluribus superficiebus successive refringuntur, ut vicinorum post omnes refractiones concursum determines, primo quære concursum post primam refractionem, deinde concursum eorundem post secundam, tanquam si primario effluxissent e puncto præcedentis concursus; & sic deinceps ut ad prop. 29. dictum fuit.

PROP. XXXIII.

Radiis in quamcunque curvam superficiem incidentibus, refractorum sibi quam proximorum, & in eodem plano cum incidentibus jacentium, concursum designare.

IN Fig. 59. finge B N P jam non sphæram, sed aliam quamcunque curvam referre, sitque A commune punctum seu concursus incidentium radiorum, A N aliquis ex incidentibus, N K refractus ejus, & N C perpendicularis curvæ ad punctum refringens. In hac N C quære intersectionem proximi alicujus perpendicularis, (qualis *n* C) ad aliud proximum punctum refringens insistentis, * (id quod alibi docebitur,) sitque ista intersectio C. Jam ductâ A C demitte ad radios A N, N K normales C D, C E, ac erige N R, N Q, quorum N R occurrat A C in R, sitque N Q ad N R ut N E ad N D, & acta Q C conveniet cum refracto N K in desiderato

* In Tract. de Fluxionibus ab auctore nostro A. D. 1665, 1666, &c. scriptis.

proxi-

proximorum refractorum concursu Z. Probatur ad modum præcedentis propositionis, & huic etiam consimilia corollaria & notæ competunt.

PROP. XXXIV.

Figuram determinare, quæ radios homogeneos, sive parallelos, sive ad commune aliquod punctum terminatos, ita refringet, ut refracti omnes ad aliud datum punctum accurate conveniant.

In fig. 60. sit A concursus incidentium radiorum, & Z refractorum, ac punctum aliquod B in rectâ A Z pro vertice curvæ ad arbitrium sumatur. Ab illo B capiantur in lineâ B Z versus medium densius B G cujusvis longitudinis, & B R ratione ad B G quam habet sinus refractionis ad sinum incidentiæ. Centrisque A & Z, & intervallis A G & Z R, describantur circuli se intersecantes in N, & ipsius N locus erit curva, quæ desideratam refractionem peraget.

Quod ut pateat, producatur A N ad I, ut sit N S. N Z :: B G. B R, & ad N S & N Z erigantur perpendiculares S T & Z T concurrentes in T, & acta N T curvam tanget in N, * ut ex methodo ducendi tangentes alibi expositâ constabit. Jam cum N S & N Z sint ut B G & B R, hoc est, ut sinus incidentiæ & refractionis; & respectu sinus totius sive

* Ibid.

semi-

semidiametri N T, sit N S sinus anguli N T S, qui æquatur angulo incidentiæ radii A N, & N Z sinus anguli N T Z, qui æquatur angulo refractionis radii N Z: patet esse N Z refractum ipsius A N. Q. E. D.

NOTA 1°, potest etiam curva huic usui inserviens describi, quæ per datum quodvis punctum B extra axem A Z positum transibit; scilicet in fig. 61. agantur A B & Z B, & in ipsis capiantur B G & B R ut I ad R, describanturque circuli concurrentes in N, eritque N ad curvam, quam oportet describere.

2°, PRÆFATA problematis resolutio, mutatis mutandis, se ad omnes casus extendit, sive incidentes aut refracti radii convergant, divergant, vel existant paralleli, sive refractio fiat e rariori medio in densius, vel e densiori in rarius. Et quidem, si radii ex neutrâ parte paralleli sint, i. e. si punctorum A & Z neutrum sit ad infinitam distantiam, curva B N erit aliqua quatuor ellipsium quas Cartesius in hunc usum descripsit in suâ Geometriâ. Sin alterutrum infinite distet, ita ut radii punctum illud respicientes evadant paralleli, curva erit conica sectio, uti notum est: Et in hoc casu, circulus R N vel S N propter infinitam centri distantiam evadet recta linea, ipsi A Z ad R vel G perpendicularis.

LEM-

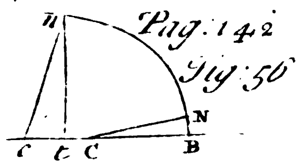


Fig: 56

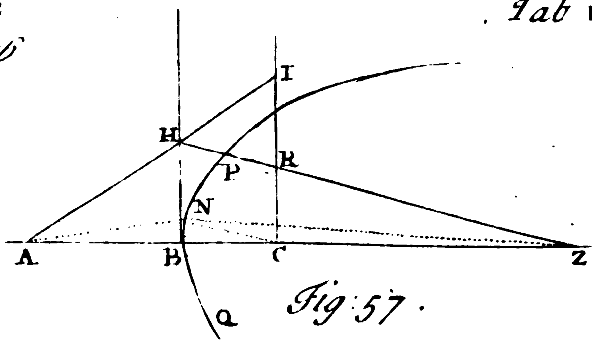


Fig: 57.

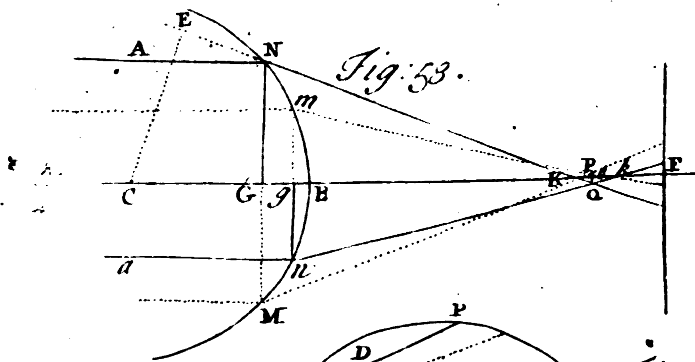


Fig: 58.

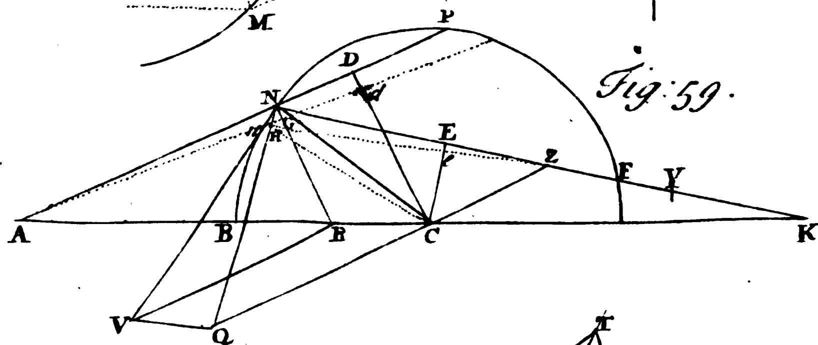


Fig: 59.

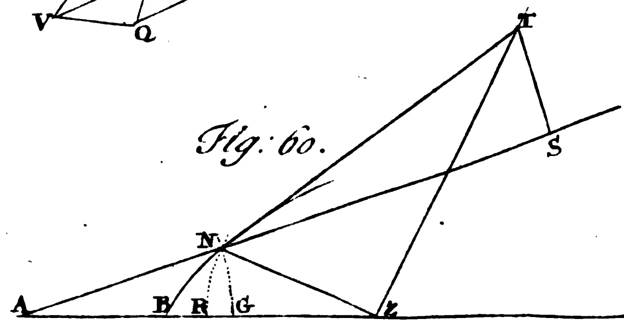


Fig: 60.

LEMMA X.

E parallelis radiis ad circulum refractis, radium illum determinare, cujus pars circulo inclusa datam habeat rationem ad partem refracti ejus eidem circulo inclusam.

In fig. 62 sit AN radius incidens, NK refractus, NP & NF partes eorum circulo inclusæ, CD & CE perpendicula ad istas partes e centro circuli demissa, & BC semidiameter acta parallela ipsi AN, sitque CD. CE :: I. R, & NP. NF :: $p. q.$ His positis, ut innotescat punctum N, quod radios AN & NK determinat, erige ad BC normalem BX, cujus quadratum sit ad BC quadratum, ut $\frac{qq - pp}{pp}$ ad $\frac{II - RR}{II}$, & acta CX secabit circulum in desiderato puncto N. Est enim ex hypothesi $p. q$ :: (NP. NF ::) ND. NE, & I. R :: CD. CE; quare $\frac{q}{p}$ ND $=$ NE & $\frac{R}{I}$ CD $=$ CE. Porro, cum sit NDq $+$ CDq ($=$ NCq) $=$ NEq $+$ CEq, aufer hinc inde NDq $+$ CEq & restabit CDq $-$ CEq $=$ NEq $-$ NDq, hoc est substituendo valores ipsarum CE & NE modo inventos, CDq $- \frac{RR}{II}$ CDq $= \frac{qq}{pp}$ NDq $-$ NDq, & factâ reductione $\frac{II - RR}{II}$ CDq $= \frac{qq - pp}{pp}$ NDq, quo in

pro-

proportionalitatem resoluto, fit $\frac{qq-pp}{pp}$. $\frac{II-RR}{II}$: : (CDq. NDq : :) BXq. BCq. Q. E. D.

PROP. XXXV.

Sole sphæram pellucidam illustrante, radiorum ejus, post unam reflexionem emergentium maximam ad axem inclinationem determinare.

In fig. 62. sit BNK sphæra proposita, BCQ diameter sive axis incidentibus radiis parallelus, AN aliquis ex incidentibus, NF refractus ejus, FG reflexus, & GR denuo refractus, & quærendus erit maximus angulorum, quos RG cum axe BQ potest conficere. In quem finem advertendum, quod in eo solo casu, ubi RG maxime inclinatur ad BQ, radii ipsi AN vicinissimi possunt emergere paralleli ad RG. Nam in aliis casibus ex emergentibus sibi vicinissimis alii magis, alii minus continuo inclinantur ad BQ, adeoque aliquantulum inclinantur ad se invicem. Advertendum est præterea, quod radii emergent paralleli, qui conveniunt ad punctum reflexionis. Duc enim radium *an* ipsi AN parallelum & quam proximum, sitque ejus refractus *nf*, reflexus *fg*, ac iterum refractus *gr*, & punctis F & *f* coincidentibus, cum anguli NF*n* & GF*g* sint æquales, & refractiones ad N, *n* & G, *g* similes, emergentes radii GR & *gr* æque paralleli erunt ac incidentes AN & *an*.

QUÆREN-

QUÆRENDUS est itaque radius A N, cujus refractus cum refracto viciniſſimi radii *an* concurrit ad F. Et quidem per corol. 3. prop. 32 (demiſſis a centro ſphæræ ad radios normalibus C D & C E, poſitoque I. R :: C D. C E) ſi radii iſti ad quodvis punctum Z concurrant, erit I x N F. R x N P :: N Z. E Z :: N F. E F (puncto nempe Z ad ipſum F juxta hypotheſin cadente) :: 2. 1. Quare I x N F = 2 R x N P, & I. 2 R :: N P. N F. Datur itaque ratio N P ad N F, & inde per lem. 10. dabitur punctum N. Scilicet ad verticem circuli ducatur tangens B X, cujus quadratum ſit ad quadratum ſemidiametri B C, ut 4 R R — I I ad I I — R R, & agatur C X; hæc enim circulo occurret in N, & ex invento N cætera nullo negotio determinantur.

COROL. 1. HINC fit 3 R R. I I — R R :: C N q. N D q. Cum enim ſit 4 R R — I I. I I — R R :: B X q. B C q, componendo erit 3 R R. I I — R R :: (B X q + B C q. = C X. B C q ::) C N q. N D q.

COROL. 2. EST & I. 2 R :: N D. N E. Nam ſupra fuit I. 2 R :: N P. N F, & ex his expeditior evadit problematis reſolutio.

SCHOL. UNA cum maximâ inclinatione radii R G, datur maximus arcuum F Q, ad refractos N F ter-

minatorum. Nam angulus FCQ, quem FQ ſubtendit, eſt æqualis angulo, quem CF & AN comprehendunt; hoc eſt, æqualis dimidio anguli, quem RG & AN vel BQ comprehendunt: & proinde arcuum FQ, æque ac angulorum ab RG & BQ comprehenſorum, maximus eſt, qui radio AN in punctum jam inventum incidente definitur.

PROP. XXXVI.

Sole ſphæram pellucidam BNP (fig. 63.) *illuſtrante radiorum ejus poſt duas reflexiones emergentium minimam ad axem inclinationem determinare.*

Sint AN & A*n* radii duo incidentes ſibi quam proximi, qui poſt duas reflexiones in F*f* & G*g* emergant ſecundum HS & *hs*: Et manifeſtum eſt, quod in eo ſolo caſu, ubi angulus acutus, quem BQ & SH comprehendunt minimus eſt, radii illi HS & *hs* poſſunt eſſe paralleli, uti ſupra de radiis GR & *gr* dictum fuit; & ubi hoc accidit, radius etiam FG ad *fg* parallelus erit. Unde 2 arc. F*f* = (arc. F*f* + G*g* = arc. FG — *fg* = arc. NF — *nf* =) arc. N*n* — F*f*. Adeoque 3 arc. F*f* = arc. N*n*; & cum NF dividatur in Z in ratione iſtorum arcuum, ut patet, erit NZ = 3 ZF = 3 EZ. Cum itaque per corol. 3. prop. 32. ſit I x NF. R x NP : : NZ. EZ : : 3. 1, erit I x NF = 3 R x

NP,

N P, sive I. 3 R :: N P. N F. Datur itaque ratio N P ad N F, & inde per lem. 10. dabitur punctum N, ducendo nempe B X, quæ circulum tanget in vertice B, & cujus quadratum sit ad B C quadratum ut 9 R R — I I ad I I — R R, & agendo C X, quæ occurret peripheriæ in N. Invento autem N, cætera facile determinantur.

COROL. 1. HINC est 8 R R. I I — R R :: C N q. N D q. Nam 9 R R — I I. I I — R R :: B X q. B C q, & componendo 8 R R. I I — R R :: C X q. B C q :: C N q. N D q.

COROL. 2. EST etiam I. 3 R :: N D. N E, utpote cum supra fuerit I. 3 R :: N P. N F.

SCHOL. Ad eundem modum maxima radii K T, post tres reflexiones emergentis, inclinatio ad axem, juxta ac maximus arcuum Q G investigabitur. Scilicet in eo casu F G & fg convenient ad G, eritque arc. F f = (arc. F G — fg = arc. N F — nf =) N n — F f, & inde 2 arc. F f = arc. N n & N Z = 2 Z F, adeoque 4. 1 :: N Z. E Z :: (per corol. 3 ad prop. 32) I. x N F. R x N P, sive I. 4 R :: N P. N F, & proinde per lem. 10, 16 R R — I I. I I — R R :: B X q. B C q, unde consectatur esse 15 R R. I I — R R :: C N q. N D Q, & I. 4 R :: N D. N E.

Atque ita, si radii post quatuor reflexiones emergentis, inclinatio minima desideratur, determinabis faciendo, ut sit 25 R R. I I — R R :: B X q. B C q, vel 24 R R. I I — R R :: C N q. N D q. Et I. 5 R :: N D. N E, & sic præterea in infinitum.

Transactis refractionibus homogeneorum radiorum, jam restat, ut heterogeneos conferamus. De horum ad plana refractionibus paulo fusius agebamus, ut eo prismatum (quorum usus in experimentis faciendis posthac erit frequentissimus) affectiones innotescerent. Præcipuum vero, quod circa curvas superficies jam determinandum occurrit, est quantitas erroris radiorum, a quo oritur confusio, sive indistincta visio objectorum, quæ in telescopiis per nimiam vitri, objectum respicientis, aperturam evenire solet. Et in hunc finem cum præmissa sit prop. 31, unde errores innotescunt, qui in sphæricis superficiebus per ineptitudinem figuræ efficiuntur: sequentem jam subjungimus, quâ errores ex inæquali refrangibilitate diversorum radorum orti, determinari possunt.

PROP. XXXVII.

Heterogeneis radiis in sphæram incidentibus, errores ex inæqualibus radiorum similiter incidentium refractionibus progenitos determinare.

E puncto

E puncto A C (fig. 64.) in sphæram N B M centro C descriptam, incidant secundum lineam aliquam A N radii duo maxime difformes, quorum refracti sunt N F & N *f*, axi occurrentes in F & *f*, & in illos demittantur perpendicula C I, C P & C T. Jam, si accurata resolutio desideretur, refractiones radiorum N F & N *f* seorsim computandæ sunt; sed, cum arcus N M ponatur admodum exigua portio circuli, veritatem quam proxime assequemur assumendo angulos C N I, C N P, & C N T fere esse ut eorum sinus. Sit ergo I communis sinus incidentiæ, P sinus refractionis radiorum maxime refrangibilium, ac T sinus ille minime refrangibilium. Erit ang. C N I. ang. C N P :: I. P, & ang. C N P. ang. C N T :: P. T, ac divisim ang. I N P. ang. C N P :: P — I. P, & ang. C N P. ang. P N T :: P. P — T, & ex æquo, ang. I N P. ang. P N T :: P — I. P — T.

SUME jam arcum B M æqualem arcui B N, & radiorum secundum A M incidentium duc refractos M F, m *f*, prioribus occurrentes in V & X. Age V X, & produc donec occurrat incidentibus radiis ad G & H, & patet V X esse latitudinem minimi spatii, in quod omnes radii congregari possunt. Estque G X. V X :: (ang. G N X ang. V N X proxime :: ang. I N P. ang. P N T ::) P — I. P — T, & G H + V X (2 G X). V X :: 2 P — 2 I. P — T, ac divisim G H. V X :: P + T — 2 I. P — T.

P — T. Unde datis P, T, I, dabitur ratio G H ad V X.

Ex. gr. Cum ſupra determinaverim, quod ad vitrum aeri conterminum ſit I. P :: $44\frac{1}{2}$. $69\frac{1}{2}$, & I. T :: $44\frac{1}{2}$. $68\frac{1}{2}$, ſi aſſumatur $I = 44\frac{1}{2}$, erit $P = 69\frac{1}{2}$, ac $T = 68\frac{1}{2}$, & $P + T - 2I = 49$, & $P - T = 1$, adeoque G H. V X :: 49. 1, circiter.

SCHOL. Ope hujus & prop. 31, errores homogeneorum radiorum, qui in ſphæricis ſuperficiebus per figuræ ineptitudinem obveniunt; cum heterogeneorum erroribus conferri poſſunt, & conſtabit hoſce longe majores eſſe in parvis ſphærarum portionibus: Atque adeo heterogeneitatem Lucis & non ineptitudinem figuræ ſphæricæ in cauſâ eſſe, quod teleſcopia in majorem perfectionis gradum nondum promota habeamus.

CONCIPIAMUS e. g. quod N M B in figuris 58 & 64 referat objectivum vitrum teleſcopii, cujus anterior ſuperficies N M plana ſit, eo ut radios in poſteriori ſeu ſphæricâ ſuperficie N B M ſolummodo refringat, & ponamus C B ſemidiametrum hujus ſphæræ eſſe 10 pedes, ut teleſcopium fere 20 pedes ſive 240 digitos longum conficiat, ſitque apertura N M 2 dig. quanta maxima cum viſione ſatis diſtincta adhibeatur in hujuſmodi teleſcopiis, quæ objectum

objectum quasi 70 vel 80 vicibus ampliant, & sinus incidentiæ sit ad sinum refractionis, in confinio vitri & aeris peractæ, ut 11 ad 17 circiter, prout supra determinavimus. His positis scribendum est 120 pro a, 1 pro y, 11 pro I, & 17 pro R, in valore ipsius P Q, quem exhibuimus in corol. 7. prop. 31, hoc est in termino $\frac{{}^{*}Ry^3}{4Iaa}$, & emergit $\frac{{}^{**}\ 17\ \text{dig.}}{4\times11\times120\times120}$ sive $\frac{17\ \text{dig.}}{633600} =$ P Q, estque hic error lateralis homogeneorum radiorum, ortus ab ineptitudine figuræ sphæricæ. Præterea concipiamus radios A N & A M in fig. 64. esse parallelos, & erit apertura N M $=$ 2 dig. $=$ G H, quæ est ad V X ut 49 ad 1, per precedent. Hoc est, V X $= \frac{2}{49}$ dig. sive error, qui oritur ex separatione radiorum heterogeneorum ab invicem in eodem loco concursus erit $\frac{2}{49}$ dig. Confer jam hos errores, & patebit V X esse ad P Q, (seu $\frac{2}{49}$ ad $\frac{\dagger\ 17}{633600}$) ut [a] 1267200 ad [b] 833, sive ut [c] 1521 ad 1 circiter.

ADEOQUE V X esse quasi [c] mille & quingentis vicibus majorem quam P Q; tanta sane disproportio, ut P Q respectu V X pro nullo haberi possit. Error

$\frac{{}^{*}RRy^3}{4II.aa}$. $\frac{{}^{**}\ 17\times17\ \text{dig.}}{4\times11\times11\times120\times120}$ sive $\frac{289\ \text{dig.}}{6969600} =$ P Q. $\frac{\dagger\ 289}{6969600}$. [a] 13939200. [b] 14161. [c] 984.

ror

ror quidem V X, cum sit $\frac{2}{49}$ dig. tantus est, ut miror, quod objecta per hujusmodi telescopia tam distincte videri possint. Sed alterius generis error P Q sive * $\frac{17}{633600}$ dig. i. e. ** $\frac{1}{37271}$ dig. circiter, longe minor est, quam qui potest esse sensibilis, & proinde negligendus; & indistincta visio erroribus ex heterogeneitate lucis exortis solummodo tribuenda. Et hinc patet perfectionem telescopiorum non e conicis sectionibus petendam esse, sed figuras sphæricas huic usui æque inservire posse. In microscopiis quidem errores homogeneorum radiorum, ex sphæricâ superficie vitri objectivi, propter aperturam bene magnam, enormes oriuntur & admodum sensibiles; adeo ut illa vitra, si secundum conicam aliquam sectionem debite formarentur, paulo perfectiora evaderent. Sed † methodus tamen me non latet corrigendi errores illos absque conicis sectionibus, & efficiendi ut vitra e sphæricis superficiebus formari possint, quæ radios homogeneos satis accurate refringent, ne dicam, quæ longe accuratius refringent obliquos radiorum penicillos, quam vitra aliis quibuscunque figuris terminata; adeo ut sphæricas superficies usibus dioptricis, præ cæteris omnibus accommodatas esse censeam.

* $\frac{289}{6969630}$ ** $\frac{1}{24116}$

† Nempe si perspicillorum vitra objectiva ex vitris duobus sphærice figuratis & aquam inter se claudentibus conflentur. Vid. Newtoni Princip. Schol. ad prop. ult. Lib. 1. Et Opt. prop. 7. Part. 1. Lib. 1.

Opticæ

Fig: 61.

Fig: 63

Fig: 62.

Fig: 64.



Opticæ Pars ſecunda.

De Colorum Origine.

Sectio I.

Exponitur Doctrina de Coloribus, & per Experimenta Priſmatis probatur.



UI in fabricandis teleſcopiis occupati ſunt, de coloribus conqueruntur, quibus objecta, dum vitris iſtis mediantibus aſpiciuntur, tingi ſolent; quique eo magis augentur & apparent, quo vitrum oculare ex ſphæris minoribus efformatur, vel etiam quo vitrum objectivum majori latitudine radiis intrantibus patet. Unde duplici incommodo implicati impediuntur, ne perſpicilla ad optatum perfectionis gradum perducant: tum quod oculare vitrum ultra certos gradus parvum ad objecta magis amplianda nequeant adhibere,

tum quod vitrum objectivum ultra certos limites aperire nequeant ad objecta magis lucida & perspicua reddenda. Qui gradus vel limites, si non probe observentur, objecta coloribus involuta reddentur, & multo minus distincta, quam si vel minora cernerentur, ope vitri ocularis minus convexi, vel minus lucida diminutâ perspicilli aperturâ. Jam, cum istæ perfectiones præcipuæ sint, quæ in perspicillis desiderantur; nempe ut objecta magis amplient, & reddant lucidiora: operæ pretium videtur in naturam colorum inquirere, ut investigemus tandem quid in causâ sit, quod ita appareant, & objecta reddant indistincta; hujus enim ignorantia quam plurimos labore non exiguo sed inani tamen exercuit, dum imperfectionem telescopiorum a vitiosis vitrorum figuris ortam esse credentes, in istis meliori figurâ perpoliendis navarunt operam. At, si causam horum colorum satis exploratam habuissent, simul innotuisset inæqualis diversorum radiorum refrangibilitas, & inde vitia telescopiorum non ab ineptitudine figuræ sphæricæ ad refractiones rite peragendas originem ducere constitisset. Quo bene intellecto, conatus suos procul dubio mutassent, & laboribus istis secundum aliam methodum dispositis, opticam in gradum multo perfectiorem jam promotam haberemus.

Qui de coloribus hucusque disseruere, vel id nomine tenus fecerunt, ut Peripatetici; vel in eorum naturam

naturam & caufas inquirere conabantur, ut Epicurei & alii recentiores. Quæ Peripatetici de hifce tradidere, etfi vera forent, tamen ad noftrum propofitum nihil valerent: quippe, dum modum, quo generantur, & caufas, unde fiunt tam varii, non attingant. Etenim illi de originibus & variis rerum fpeciebus difputantes pro caufis, ex quibus ipfarum exiftentiam & difcrimen mutuantur, varias quafdam formas affignarunt, verum de particulari cujufvis formæ caufâ & ratione, ob quam differt ab aliis, haud unquam quicquam differuere. Et fic ea fecerunt miffa, quorum explicatio videtur fummum philofoporum officium, imo quæ fola mentem fcientiæ naturalis avidam explere poffint.

ATTAMEN, ne mancam philofophiam tradidiffe viderentur, effecerunt, ut ejufmodi difquifitiones pro maxime abfurdis & ridendis habeantur; utpote quæ fupponunt formarum effe alias formas, & qualitates qualitatum. Itaque cum lux definiatur effe qualitas vel forma, quæ dat effe lucidum, non expectandum eft, ut aliquid de ejus caufis audiamus, vel quâ ratione ad varios colores producendos fiat varia. Dicunt equidem, quod plus luminis quibufdam coloribus immifcetur, quam aliis: at hoc non fufficit ad eorum productionem, tum quod nullus omnino color ex albedine & nigredine folummodo mixtis præter fufcos intermedios generatur; tum quod quantitas lucis non mutat fpeci-

em coloris. Corpus enim rubrum, verbi gratiâ, ſemper apparet rubrum, ſive aſpiciatur in crepuſculo ſive in meridie lucidiſſimo. Porro autem ipſa definitio, quam attribuunt coloribus, adeo non pandit eorum naturam, ut eos ne nomine tenus exprimat. Ait Ariſtoteles Χρῶμα δέ ἐςὶ τῦ διαφανῦς ἐν Σώμαλι ὁρισμένῳ πέρας. Quæ ſuperficiei coloratæ potius quam coloris deſcriptio eſt. Illa enim dici poteſt extremitas perſpicua in corpore terminato. At color plerumque videtur, ubi nullus talis datur extremitas, ut in iride & priſmate, in vitris vel liquoribus perſpicuis & aliquo colore leviter tinctis. In aquâ marinâ, quæ viridis plurimum apparet, qui tamen color non in extremitate aquæ, ſed per totam ejus craſſitiem, generatur; in aere, qui, licet maxime perſpicuus & nullo corpore denſo terminatus, ſerenâ tamen nocte cæruleus apparet; & in flammâ, quæ non minus perſpicua eſt, & luci pervia, quam ipſe aer. Sic cum humores oculi colore aliquo tinguntur, omnia videntur eodem colore tincta, licet extremitas perſpicui ſit aliis coloribus prædita. Et cum ſolem nudis oculis modo aſpexeris, luminoſa omnia deinceps videntur rubra, & nigra plerumque apparent cærulea, qui color erit magis conſpicuus, ſi clauſis oculis te in locum aliquem tenebroſiſſimum ſtatim conferas. Imo premendo oculum colores in tenebris excitare liceat; quis autem vocabit illos extremitatem perſpicui? cæterum non opus eſt, ut has opiniones enixe refutem,

tem, quæ, etsi veræ essent, tamen non sunt sufficientes, neque proposito meo adversatur. Esto enim lux qualitas corporis lucidi, esto lumen actus perspicui, & color ejus extremitas, & quicquid de illis dixerunt, esto; abinde tamen haud concipi poterit, quo pacto lux refringatur, unde colores sint varii, quid in causâ sit, quod in perspicillis apparent, & quâ ratione incommodum istud devitari possit.

AD opiniones aliorum philosophorum quod attinet, dixerunt colores vel ex umbrâ luceque varie mixtis; vel ex contortione globulorum aut eorum variis pressionibus generari; vel denique ex variis modis, quibus medium quoddam æthereum vibratur, statuentes lucem productam esse ex impulsu vibrantis ætheris in retiformem tunicam delato. Extra oleas nimis vagarer, si has opiniones sigillatim refutandas adortus essem: Nec opus est, ut faciam, cum omnes in communi quodam errore consentiant; scilicet, quod modificatio lucis, quâ singulos colores exhibet, ei non sit insita ab origine suâ, sed inter reflectendum vel refringendum acquiritur. Inter radios lucis nullum contemplantur discrimen priusquam incidant in corpus aliquod colorificum; opinati tantum, quod pro variâ dispositione corporis istius variis modis reflectuntur vel refringuntur, & pro specie modificationis, quam sic acquirunt, varia deinde colorum phantasmata spectantibus exhibent. Mixtura lucis & umbræ, gyratio

glo-

globulorum vel varia vibratio medii non ſupponuntur ineſſe radiis antecedenter ad eorem reflexiones vel refractiones, ſed per iſtas actiones generari creduntur. Quemadmodum & Peripatetici ſtatuunt colores a corporibus originem ducere, quorum dicunt eſſe qualitates. Attamen contrarium eſſe verum ex ſequentibus abunde patebit. Invenio ſcilicet, quod modificatio lucis, unde colores originem ſumunt, luci connata ſit, & non oritur a reflexione neque a refractione neque a qualitatibus corporum, aut modis quibuſlibet, nec ab iis vel deſtrui poteſt, vel ullo modo mutari.

Verum, ut ſententiam meam diſtinctius proferam, invenio primo, quod radiis diverſe refrangibilibus competant diverſi colores, maxime refrangibilibus purpura ſive violarum color competit, & rubor minime refrangibilibus, atque mediocribus viriditas vel potius confinium viridis & vireſcentis cærulei. Cæruleus autem purpuræ intercedit & viriditati, flavuſque viriditati & rubori. Adeoque radii prout ſunt plus pluſque refrangibiles, apti ſunt ad hos ordine colores rubrum, flavum, viridem, cæruleum & violaceum generandos una cum omnibus eorum ſucceſſivis gradibus & coloribus intermediis.

Invenio præterea, quod nullius radiorum generis forma ſive diſpoſitio colorifica vel refractione vel

aliâ quâcunque (quam potuerim animadvertere) causâ mutari potest, sed unicum tantum sibi proprium colorem unumquodque semper conservat & exhibet, si modo a radiorum diversi generis misturâ non conturbetur. Nam colores, qui refractionibus generari videntur, non nisi difformium radiorum misturâ variâ, vel separatione fiunt.

TERTIO invenio, quod color albus & niger una cum cinereis seu fuscis intermediis fiunt ex radiis cujusque speciei confuse mistis; & similiter, quod cæteri omnes colores, qui non sunt ex primitivis, per varias horum radiorum misturas producuntur. Et inde non mirum est, si difformibus radiis per inæqualem refractionem segregatis, diversi colores ex his de novo emergere videantur.

QUINETIAM invenio, quod primitivi colores per misturam radiorum alterutrinque confinium exhiberi possunt. Viridis nempe ex flavo & cæruleo, flavus ex adjacente viridi citrioque, & sic de aliis. Per colores autem primitivos non tantum quinque prædictos intelligo, sed & quoslibet alios, quibus exhibendis aptum datur aliquod uniforme radiorum genus.

INVENIO denique, quod omnes omnium corporum colores non aliunde generantur quam e dispositione quâdam, quâ apta sunt ut alios radios

dios reflectant,& introm ittant alios. Sic corpus rubrum est, quod radios ad rubedinem aptos reflectit maxime, & plerosque cæteros intromittit; purpureum, quod radios isti colori generando proprios reflectit, & intromittit alios: album vero, quod fere omnes reflectit; & nigrum, quod omnes intromittit, paucissimis, sed omnium tamen specierum, radiis repercussis.

Verum ne videar officii limites excessisse, dum naturam colorum pertractare aggrediar, qui nihil ad mathesin attinere censeantur; non abs re erit, si de ratione incepti hujus iterum commonefaciam: nimirum tanta est inter proprietates refractionum & colorum affinitas, ut seorsim explicari nequeant. Qui alterutras rite velit cognoscere, ut alteras cognoscat necesse est: & præterea, si de refractionibus non agerem, & earum disquisitio non esset in causâ, quod negotium de coloribus simul explicandis inceptarem; tamen generatio colorum tantam geometriam complectitur & eorum cognitio tantâ firmatur evidentiâ, ut vel ipsorum gratiâ possem aggredi, sic limites matheseos non nihil ampliaturus. Quemadmodum enim astronomia, geographia, navigatio, optica & mechanica pro scientiis mathematicis habeantur, licet in iis agatur de rebus physicis, cœlo, terrâ, navibus, luce & motu locali: sic etiamsi colores ad physicam pertinent, eorum tamen scientia pro mathematicâ habenda est, quatenus ratione

mathematicâ tractantur. Imo vero, cum horum accurata scientia videtur ex difficillimis esse, quæ philosophus desideret; spero me quasi exemplo monstraturum quantum mathesis in philosophiâ naturali valeat; & exinde ut geometras ad examen naturæ strictius aggrediendum, & avidos scientiæ naturalis ad geometriam prius addiscendam horter: ut ne priores suum omnino tempus in speculationibus humanæ vitæ nequaquam profuturis absumant; neque posteriores operam præposterâ methodo usque navantes a spe suâ decidant. Verum ut geometris philosophantibus & philosophis geometriam exercentibus, pro conjecturis & probabilibus, quæ venditantur ubique, scientiam naturæ summis tandem evidentiis firmatam nanciscamur. Itaque ad institutum redeo de coloribus secundum præcedentes quinque propositiones explicatis disceptaturus.

PROP. I.

Radiis diverse refrangibilibus diversi competunt colores.

QUO primum comprobem, repetamus experimentum prismatis sub initio propositum; nempe radii solares obtenebratum cubiculum ad foramen F (fig. 1.) ingressi, a prismate A B C quam proxime foramen istud intus disposito refringantur, tendentes deinde versus oppositum parietem H I ad imaginem P T ibi

depingendam, & imago illa, ut vulgo notum eſt, coloribus tingetur, quorum rubeus ad extremitatem T a recto curſu minus deviantem, & purpureus ad alteram procliviorem extremitatem P procidet; cæruleus autem viridiſque & flavus ad Q, R & S intermedia loca cernentur. Conſtat itaq; quod radii maxime refracti purpuram exhibent, & minime refracti ruborem, cæterique intermediam refractionem paſſi colores in ordine præfinito intermedios. Sed in majorem evidentiam tum doctrinæ de radiorum diverſâ refrangibilitate ſub initio propoſitæ, tum hujus doctrinæ, quod certis refrangibilitatis gradibus certi conveniant colores, videamus e contra an diverſi coloris radii diverſam refractionem patientur; hoc eſt, an radii verſus P tendentes refractionem iterum majorem patientur, quam qui tendunt verſus T; id quod variis modis tentare liceat, quorum facillimum & maxime perſpicuum ſequentem exiſtimo.

Sume aliud priſma *abc* (fig. 1.) & illud alicubi inter primum priſma ABC & imaginem PT ita colloca, ut ſit illi priſmati ABC tranſverſum, ſive parallelum imagini PT, radioſque verſus PT tendentes intercipiat, & alioverſum refringat, puta verſus *pt*. Hoc facto, imaginem *pt* refractionibus utriuſque priſmatis ſic effectam videbis, ut prius coloratam, ſed in alio tamen ſitu diſpoſitam; non parallelam imagini PT, ſed ſecundum extremitates rubras manifeſto convergentem. Jam, cum radii

ad

ad utrosque colores, rubrum T & purpureum P pertinentes, similiter incidant in prisma secundum *a b c*, si eandem præterea refractionem paterentur, imagines P T & *p t* deberent esse parallelæ, & ideo, cum non existunt parallelæ, sed imaginis *p t* extremitas purpurea *p* longius ab alterâ imagine P T transferatur, quam extremitas rubea *t*; necessario concedendum est, quod radii ad extremitatem purpuream P tendentes magis refringantur, quam qui tendunt ad extremitatem rubeam T: hoc est, quod radii generantes purpuram apti sunt, ut magis refringantur quam ruborem efficientes, atque idem quoque de coloribus intermediis eâdem ratione constabit, sicut ostendendum proposui.

IN experiendis hisce notari poterit, quod quo vicinius anteriori prismati A B C, sive quo remotius a pariete H I collocetur prisma posterius *a b c*, imagines *p t* & P T eo magis ab invicem distantes, etiam ad se magis inclinabuntur; adeo ut angulum semirectum vel paulo minorem eo contineant, cum prismata collocantur ad invicem vicinissima; cujus rei ratio facillima est consideranti, quod distantiæ P *p* & T *t* sunt in ratione quâdam datâ. Sic in fig. 2, si parallelæ P *p* ac T *t* sint in ratione datâ, quo majores existant, eo major erit inclinatio linearum P T ac *p t*. Et hinc patet axes imaginum omnium productas convenire ad commune aliquod punctum cum axe P T.

Si forte concursus imaginum desideretur, radii O F a sole directi eo usque producantur, donec occurrant cum plano H I, in quod dictæ imagines projiciuntur, quemadmodum videre est ad X; id quod fiet auferendo prisma A B C, ut jubar per F trajectum recta tendat ad X, & erit X locus, ad quem imagines P T & *p t* convergunt. Nam, quemadmodum radii maxime refrangibiles cadunt in P ac *p*, & minime refrangibiles in T & *t*, conficientes imagines oblongas P T ac *p t*, si alii præterea radii darentur minus adhuc refrangibiles, illi citra punctum T ac *t* in papyrum I H caderent, quo pacto imagines illæ paulo longiores evaderent, auctæ scilicet ad extremitates T ac *t*. Atque ita, si fingeremus radios gradatim minus atque adhuc minus refrangibiles dari, usque dum deventum esset ad radios adeo pertinaces, ut non possent omnino refringi, illi radii prismata sine aliquâ refractione pertranseuntes, incidere deberent in ipsissimum punctum X, ad quod posuimus radios a sole directe venientes tendere. Imagines itaque P T & *p t* sic productæ convenirent ad X, & proinde ad idem X convergunt. Cæterum dubitari potest, an imagines illæ, si eo usque producerentur, dum convenirent ad X, forent accurate rectæ vel paululum incurvatæ, neque istud (cum multi foret laboris & parvi momenti) jam lubet determinare; sufficit, quod ex observatione quam proxime convergunt ad X.

De

De hoc experimento sub initio observabam, §. 23, quod omnibus adversatur objectionibus, quæ contra doctrinam de inæquali refrangibilitate traditam proponi possunt; ex eo quod per transversam refractionem secundi prismatis constat inæquales refractiones non esse fortuitas & irregulares, neque ex radii cujusque diffusione vel dilatatione ortas esse, aut aliâ quâvis causâ præter dispositionem cujusque radii ad refractionem in gradu aliquo certo & constante patiendam, quandoquidem cujusque refractio in utroque prismate secundum illam legem peragitur. Addo jam, quod exhinc etiam constat, refractiones singulorum radiorum secundum easdem leges peragi, sive commisceantur cum radiis aliorum generum, ut fit in albâ luce, sive separatim refringantur, luce prius in colores conversâ. Nam experiri est, quod similes sunt refractiones posterioris prismatis, cum proxime collocatur post alterum prisma, antequam lux per id trajecta transmigret in colores, atque cum longius post illud prisma statuitur, ubi lux evasit colorata.

Si cui in potestate est instrumentum aliquod ad quantitates refractionum accurate mensurandas paratum, nullus dubito, quin istius etiam ope seorsim dimetiendo refractiones diversorum generum radiorum, facile observabit earum differentias, licet ego prædictis tanquam manifestissimis acquiescens, haud

operæ

operæ pretium duxerim rem aliis modis experiri. Verum, ut cuique magis pateat, quanta ſit prædictorum evidentia, quædam, quæ exinde ſcaturiunt notatu digniſſima, proferre non pigebit.

Sit F*f* (fig. 3.) paries vel operculum feneſtræ duobus foraminibus F & *f* luci pervium, iiſque digitos duos ab invicem diſtantibus, & intus diſponantur duo priſmata A B C, D E G, in ſitu ſibi invicem parallelo, & perpendiculari ad lineam F*f* per centra foraminum ductam; quæ duo lucem ingreſſam refringunt ad imagines duas P T & M N in oppoſitum parietem projiciendas, ſimili prorſus modo, quo factum eſt in experimento priori, & præterea ſint anguli priſmatum A C B, D G E comprehenſi planis refringentibus æquales; quibus ita conſtitutis videbis imagines P T & M N in directum jacentes cum extremitatibus earum T & M contiguis. Quod ſi non eveniat, ſitus unius e priſmatibus parum mutandus eſt, donec extremitates contiguas eſſe cernas, vel forte nonnihil coincidentes purpurâ M & rubore T. Sic juxta poſitis adhibeatur priſma tertium *a b c*, quod primis priſmatibus & earum imaginibus interponatur, in ſitu ad lineam F*f* ſive ad imagines dictas P T, M N parallelo; ita nempe ut radios utriuſque priſmatis A B C, D E G, tendentes verſus P T & M N, pariter intercipiat, eoſque refringens alio projiciat, quemadmodum ad *p t* & *m n*, adeo ut quæ duobus priſmatibus

tibus in priori specimine facta sunt, hic videas facta tribus.

His ita paratis & constitutis, videbis imagines *p t* & *m n* ab invicem disjunctas esse, quæ prius apud P T & M N fuerunt contiguæ & in directum positæ, ita quidem ut purpura *m* in extremitate imaginis *m n* magis distet ab imaginibus primis P T & M N, quam rubor *t* in extremitate imaginis *p t*; id quod nullo modo potuisset accidisse, nisi radii ad purpuram generandam apti aliquanto magis refringerentur ex incidentiâ pari, quam radii generantes rubidinem. Etenim, cum radii coloris utriusque pariter incidant in prisma posterius *a b c*, pariter etiam emergerent, si æqualiter refringerentur, & exinde depingerent imagines *p t* & *m n* prioribus P T & M N parallelas & in directum jacentes. Dixi radios utriusque coloris (purpurei rubeique) pariter incidere in prisma posterius *a b c*, quod ne moram injiciat alicui, concipiendum est, quod radii F T tantum inclinantur versus extremitatem ejus *c*, quantum alteri *f* M versus extremitatem alteram *a b*, & sic incident pariter sive ad eosdem angulos, licet non paralleli. Si quis tamen velit efficere, ut incidant etiam paralleli, nihil aliud agendum est, quam ut alterum e prismatibus anterioribus A B C, vel D E G circa suum axem paululum convertatur, donec inter T & M interiores imaginum extremitates tanta intercidat distantia, quanta est inter foramina

F & *f*

F & *f*, sive quanta isti rei sufficiens videatur; imaginibus ad istam distantiam in directum jacentibus, & prismate *a b c* deinceps interposito, facile percipiet, quod incidentes parallele emergent inclinati, tum quod imagines non amplius in directum jacebunt, tum quod purpura M ad majorem distantiam transferetur quam rubedo T.

Si tria prismata non præsto sint, experimentum jam recitatum duobus experiri possit, idque modo magis expedito & facili. Sit A B C D E (fig. 4.) prisma cujus unum latus planum A B D E papyro denigratâ tegatur, duobus parvis foraminibus F & *f* luci perviâ, quorum foraminum situs esto ad longitudinem prismatis transversus. Tunc prismate hoc ita disposito, ut radii permeantes ista foramina terminentur in oppositum quoddam planum, puta papyrum H I; transferatur ista papyrus ultra citraque, donec videas imagines duas P T & M N contiguis extremitatibus in directum conjunctas ut prius, deinde altero prismate *a b c* interposito in situ ad alterum transverso, videbis imagines illas P T & M N ad *p t* & *m n* ita translatas esse, ut non amplius jaceant in directum, rubedine *t* a T minus remotâ, quam purpura *m* sicut in prioribus contigebat.

Est & aliud ex eodem fonte derivatum specimen, haud expertu difficilius aut minoris evidentiæ. Prismate A B C, (fig. 5) juxta foramen F ut prius collocato,

locato, ad distantiam convenientem (veluti duodecim pedum) statuatur aliud prisma *a b c* in situ transverso respectu prioris, vel forte parallelo, aut alio quovis pro arbitrio; ita tamen ut anterius prisma A B C lucem refractam & coloratam projiceat in aliquod ex planis lateribus *a c*, quod quidem latus obducatur papyro denigratâ, & exiguo foramine G per medium transfossâ, per quod aliqui ex radiis ab anteriore prismate refractis transeant in hoc prisma posterius; ubi, cum rursus refracti fuerint, pergant ad papyrum H I ab inde decem pedibus vel pluribus distantem. Quibus ita compositis & constructis, in situ illo figatur papyrus H I & posterius prisma *a b c*. Denique præ manibus sumatur anterius prisma A B C, non ut moveatur e loco ejus, sed ut motu tantum angulari nunc huc nunc illuc paululum inclinetur, ut alios atque alios colores successive trajiciat per foramen G in oppositam papyrum H I, & videbis, quod color quilibet diversus ad locum diversum perget. Veluti, cum ea sit positio prismatis A B C, ut rubor cadat ad G, videbis istum puta ad T refringi; & hac positione prismatis A B C paululum mutatâ, inclinando id circa axem donec purpura cadet in G: videbis, quod ille color juxta obliquiorem tramitem refringetur, puta ad P; & pari modo, si color aliquis intermedius incidat in G, idem refringetur ad locum ipsis P & T interjacentem. Quamobrem, cum radii cujuslibet generis pergentes a foramine F positione dato ad foramen

G poſitione datum, & ideo ſimiliter incidentes in priſma poſterius *a b c*, refringantur ad loca diverſa P, T, cæteraque intermedia, conſtat, quod inæqualiter refringantur; & cum refractus G P obſervetur magis deflectere ab incidente F G quam refractus G T, conſtat, quod radii purpuram exhibentes magis refringantur quam exhibentes ruborem, cæterique deinceps in ordine intermedio.

Si qua forſan oboritur ſuſpicio, quod ex motu priſmatis A B C foraminibus F & G interpoſiti, incidentia radiorum diverſos colores efficientium tantum varietur, quantum ſufficiat ad varietatem efficiendam locorum P, T, &c. ad quos refringuntur, quamvis motus iſte ſit exiguus & ineptus huic effectui; tamen, ut ſuſpicio illa prorſus eximatur, anterius priſma A B C ad alteras partes foraminis F ſolem verſus callocandum eſt, ut radii incidentes in foramen G directe veniant a dicto foramine F: eo enim pacto, cum foramina F & G poſitione determinentur, poſitio radiorum per utrumque trajectorum determinabitur, eademque accurata erit omnium incidentia, quoſcunque colores exhibentium, & tamen diverſicolorum refractio non ſecus peragetur ad loca diverſa P, T, &c. quam modo explicui.

Ex abundanti denique placet alium recenſere modum, quo hæc eadem tentari poſſint, ne copia deſit exper-

experturis. Nimirum radiis ut prius per priſma A B C (fig. 6.) trajectis, ad diſtantiam quamlibet, puta viginti pedum, adhibeatur ſpeculum planum quale I K, G H, quod eoſdem verſus locum quemvis D reflectat, ubi per aliud priſma L M N tranſmittantur denuo verſus *p* vel *t*. His poſitis, ſi ſpeculum iſtud iſta collocetur ad I K, ut rubrum colorem reflectat, & notetur locus ad quem hi radii tendunt, poſtquam tranſiêre per priſma L M N, deinde ſpeculum ſtatuatur ad G H, violaceum vel cæruleum colorem ad idem priſma L M N reflectens, ut hi etiam radii a dicto priſmate L M N refringantur; invenietur, quod cæruleus color verſus *p* refractus longius divaricabit ab incidentibus radiis P T D, quam rubeus refractus verſus *t*: Atque adeo quod radii cæruleum generantes majorem refractionem patiantur quam generantes rubeum.

CUM veritatem propoſitam ſic fecerim ſtabilitam, hanc propoſitionem concludam adnotando connexionem & affinitatem, quam coloribus & refractionibus intereſſe dixeram; nempe ex oſtenſis non ſolum pateat, quod diverſa colorum genera cum definitis gradibus refrangibilitatis reciprocantur, ſed & iiſdem experimentis probatur dari radios diverſe refrangibiles, & radios diverſe refrangibiles eſſe diverſi coloris; iiſdemque probatur e contra radios diverſicolores eſſe diverſe refrangibiles, & inde radios diverſe refrangibiles dari. Et

 ſcopus

ſcopus eorum, quæ in primis Lectionibus de diſpari refrangibilitate radiorum edocui, quoad cauſas colorum intelligendas, multum illuſtratur, ut pateat, quod una abſque aliis dilucide tractari nequeant.

PROP. II.

Radiorum formæ, ſive diſpoſitiones colorificæ, non ſunt refractione mutabiles.

Tranſactâ aſſertione, quod diverſicolores radii ſint diverſe refrangibiles, & e contra; videamus, an cujuſcunque radiorum ſeorſim ſpectati generis color a refractione mutari poſſit, & hoc a noviſſime tradito experimento quadantenus decernitur. Scilicet, cum extrema purpura incidebat in foramen G (fig. 5.), radii ſecundâ vice ad P refracti purpuram iterum exhibuêre ſine aliquâ flavedine, rubore, aut viriditate exinde generatâ: &, cum extrema rubedo in G projiciebatur, eadem rubedo in T abſque violaceo, cæruleo, aut viridi emergente apparuit.

SED experimentum nondum omnibus numeris abſolutum eſt; nam ubi priſma *a b c* non tranſverſum, ſed alteri priſmati A B C parallelum ſtatuebatur, e purpurâ cæruleus & e rubedine flavus eliciebatur, præſertim ſi non ſummæ extremitates per G trajiciebantur; cum autem viriditas trajecta fuit, colores utrinque proximi (cæruleus nempe & flavus) emer-

emersêre; & sic flavus citriusque ruborem & viriditatem, ac cæruleus viriditatem & purpuram præbuerunt: Eorum itaque reminisci oportet, quæ sub initio de more, quo oblonga hæc imago P T ex circulis in directum positis formatur, explicui; & inde constabit hosce colores non simplices esse, sed e plurium misturâ componi. Nam concipe genus radiorum æqualiter refrangibilium, & intensam purpuram generantium, ab integro solari disco profluere, & per prisma versus imaginem P T (fig. 7.) trajectos incidere in circulum A C. Deinde aliud concipe radiorum paulo minus refrangibilium genus in alium circulum Y Z (qui priorem in G contingat) incidere, & manifestum est, quod nulli istorum generum radii commiscebuntur; quippe cum circulos A C & Y Z, ex nullâ parte coincidentes occupant. Quod si tertium radiorum, intermediam refractionem passorum, genus, in circulum E F quasi in medio positum incidere fingas, patebit aliquos ex istis cum utrisque prioribus in spatiis H I & K L misceri, in quibus nempe circuli ab illis illuminati coincidunt; atque ita, si concipias imaginem totam P T ex innumeris circulis in longum dispositis componi, quorum quilibet a diversis radiorum generibus illuminatur, constabit, quod in omni ejus parte radii heterogenei commisceantur, quibus deinde per iteratam refractionem magis segregatis, color quilibet in simpliciores resolvi debet. Sic in viridi latet flavus & cæruleus, qui tamen non conspiciuntur,

tum

tum quod viriditatem generantes, ſive (ut perſpicuitatis gratiâ voces fingam) viridiformes radii propter copiam præpollent, tum quod flavus & cæruleus viridem componunt, ſed quatenus per ſecundam refractionem ſecernuntur, unuſquiſque ſub propriâ formâ videbitur. Et ſic in aliis.

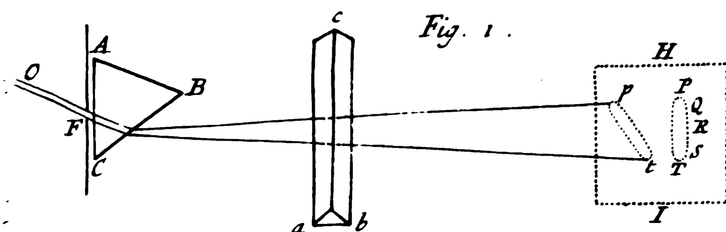
HIS perſpectis periclitatus ſum, quid e pluribus refractionibus eveniret, hoc fretus conſilio, quod colores iteratis refractionibus plus pluſque mutari deberent, ſi modo a ſingulis quamlibet internam mutationem paterentur; contra vero, ſi non intrinſecus mutati, ſed per divergentiam difformium radiorum e miſturis tantum educti & ſegregati eſſent: Tum apparentes mutationes iteratis refractionibus minores fieri, propterea quod colores quâlibet vice ſimpliciores evaderent, & experienti poſterior caſus evenit. Scilicet, cum coloris per poſterius priſma *a b c* trajecti, partem aliquam tertio priſmate ad diſtantiam aliquot pedum diſpoſito exceperim, color ille denuo trajectus adeo perdurabat; ut, ſi ratione non conſtitiſſet mutationem aliquam eventuram fuiſſe, ſenſu judice haud mutari percepiſſem. Tentabam deinde, ſi quam quartâ refractione mutationem ſenſibilem inducere potuerim, ſed fruſtra. Interea cavendum eſt, ne foramina F ac G, cæteraque, per quæ lux tranſit, majora ſtatuantur, quam exigunt colores, ut evadant perſpicui.

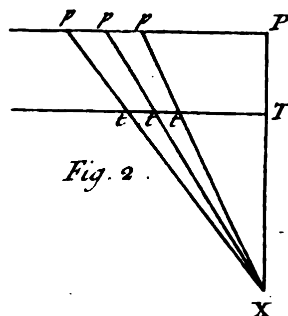
Est & alia methodus, quâ diversi colores ab invicem segregari possunt, ut ex segregatis examen statuatur; scil. experimentum sub initio traditum est, quo solis imago P T, per contractionem cujusque circularis imaginis, oblongam illam efformantis, multo oblongior quam alias evaserit. Nam in contractâ imagine *p t* (fig. 8) quæ totidem constat circulis, eadem centra retinentibus, quot sunt in majori P T, circuli minus coincidunt. Sic enim A C & E F ex parte H I coincidunt; at cum in minores *a c* & *e f* contrahuntur, videre est, quod ex omni parte ab invicem distant, & sic de aliis. Quamobrem, cum circuli a diversis radiorum generibus illuminati jam minus confunduntur, colores evadent minus commixti, utut non fient omnino simplices, propterea quod circuli inter *a c*, *e f* cæterosque positi, cum illis ex aliquâ suâ parte possint coincidere. Sed hâc de causâ plures ejusdem cujusque coloris gradus tantum commisceri possunt, ut cyaneus & indicus in cæruleo, quæ quidem ac mistura semper fiet eo minor, quo imago *p t* in angustiorem contrahitur.

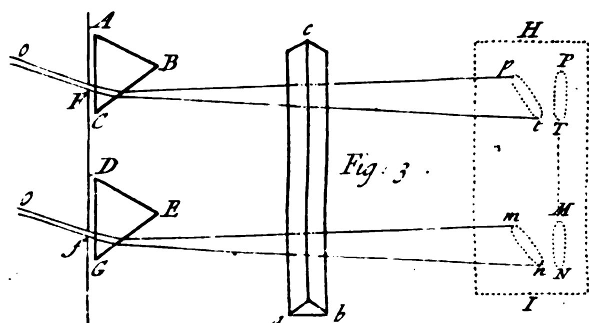
Disposui itaque prisma A B C (fig. 9.) una cum lente L M ad distantiam quasi decem pedum a foramine F, per quod sol illuxit cubiculum, & radii per hæc duo vitra trajecti desideratam imaginem contractam *p t* ad pedes exinde decem circiter formabant.

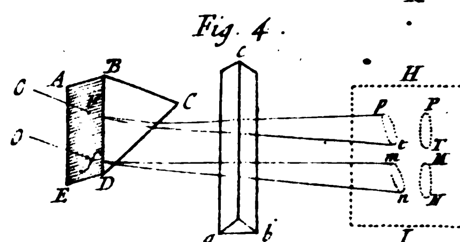
mabant; lente L M exiſtente tali, ut radios parallelos ad focum quinque pedibus à ſe diſtantem cogeret. Deinde aliud adhibui priſma H I K, cujus latus planum H I velamine nigro, ad *n* (ut dictum eſt) transfoſſo, tegebatur, & ad imaginem *p t* ſtatui, ubi colores ſecundum latitudinem maxime contractos & diſtincte terminatos vidi, ut eorum aliquis pro arbitrio tranſmitteretur per *n* in parietem vel papyrum Y Z. Quibus poſitis obſervabam deinde, quod colores hoc modo multo minus a repetitis refractionibus mutati fuerint quam in præcedentibus. Cum rubor per *n* tranſmiſſus eſt, idem rubor ad Y Z apparuit & non alius color quiſpiam, demptis variis ejuſdem gradibus, ut coccineo & minio: Et ſic viriditas in varios ſolummodo gradus diſcreta fuit, ex unâ parte vergens ad flaveſcentem viriditatem, & ex aliâ thalaſſinum, ſed in flavum aut cæruleum, aliumve colorem quemvis, ex nullâ ſui parte transformari potuit. Atque idem in aliis coloribus contigit.

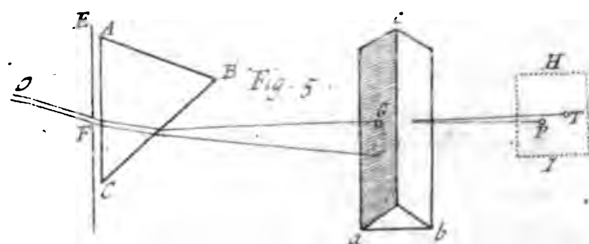
OBSERVABAM præterea, quod cum foramen F factum erat anguſtius, ut per imaginis *p t* majorem contractionem colores evaderent ſimpliciores, colores ad Y Z trajecti minus adhuc mutati fuerint, & vix aliquam mutationem ſenſibilem paſſi fuiſſe videbantur, cum foramina non latius duodecimâ parte digiti patuêre; hoc tantum excepto diſcrimine quod lux apud *p t* fortior erat (quia magis contracta) quam

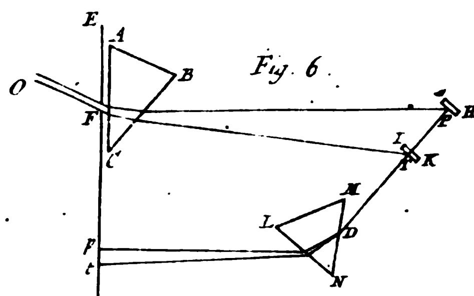

Fig. 1.
O
A
B
F
C
c
a
b
H
p
P
Q
R
S
t
T
I

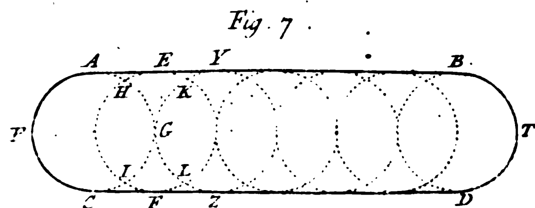

p p p P
t t t T
Fig. 2.
X

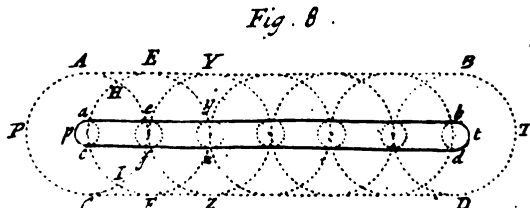

A
B
O
F
C
c
H
p
P
t
T
Fig. 3.
D
E
O
f
G
m
M
n
N
I
a
b


Fig. 4.
O
A
B
C
O
E
D
c
H
p
P
t
T
m
M
n
N
a
b
I


E
A
B
Fig. 5
O
F
C
c
H
P
T
I
a
b


E
A
B
Fig. 6.
O
F
C
H
I
K
M
L
D
N
p
t


Fig. 7.
A E Y B
H K
P G T
I L
C F Z D


Fig. 8.
A E Y B
H
a e y b
P p t T
c f z d
I
C F Z D

quam apud Y Z. Atque adeo nil dubitandum esse censeo, quin colores evaderint prorsus immutabiles, si modo per indefinitam parvitatem foraminum F & *n* omnino in simplices discerni possunt. Et hoc ex eo etiam confirmatur, quod cum texi lentem L M juxta perimetrum ejus velamine nigro, per medium ad latitudinem fere semessis digiti circulariter pertuso, figura imaginis Y Z pene orbicularis evasit; & eo magis orbicularis, quo magis foramen F contraxi. Id quod notari vellem, cum plurimum illustret, causam imaginis T P in longitudinem diductæ non aliam fore, quam radiorum coloribus dissimilium diversam refrangibilitatem.

Cæterum, quo propositum adhuc magis pateat, & ex abundanti ut constet, quinam sint colores primitivi, adverto circulos A C, E F, Y Z cæterosque in alternas partes juxta lineam, quæ per omnium centra transit, maxime extendi, & ab invicem recedere, antequam attingant parallelas rectas A B & C D, quibuscum imago illa utrinque terminatur. Sic A C & E F, se mutuo secantes in H & I, recedunt postea, non omnino coincidentes in triangulis A H E & C I F. Colores itaque juxta ipsissimas extremitates A B & C D sunt omnino simplices. Et ex hoc fundamento propositum assequi possem, sed circuli illi, statim ut ab extremitatibus ipsis recedunt, inter se mutuo nimis interseruntur, quam ut colores per aliquam sensibilem latitudinem satis

ad experimenta commode inſtituenda ſegregantur; rem potius ad hunc modum aſſequar.

E præoſtenſis conſtat, figuras, ex quibus in longum diſpoſitis imago P T componitur, circulares eſſe propter ſolis diſcum circularem; & inde, ſi diſcus ille triangularis eſſet, vel aliâ quâcunque non circulari perimetro terminatus, illæ etiam figuræ vel triangulares, vel alio quovis modo ad inſtar ſolis terminatæ evaderent. Et par eſt ratio de foramine F, & figuris ad inſtar iſtius foraminis, ex quibus in longum ſimiliter diſpoſitis imago *p t* conſtituitur. His animadverſis, vice orbicularis foraminis F triangulare ſubſtituitur, cujus altitudo verbi gratiâ ſit pluſquam digiti, baſis tertiæ quartæve partis digiti, & crura æqualia. Et priſmate A B C ad trianguli hujus perpendiculum exiſtente parallelo, imago *p t* (fig. 10.) quadrilatera ex triangulis *c a f*, *e m h*, *g n i* cæteriſque infinitis multis efformata eſt, quibus juxta baſes in lineâ *c d* poſitas cum ſe mutuo parte maximâ communicantibus, exinde ad uſque ipſorum vertices receſſio gradatim facta eſt, donec in verticibus ad rectam *a b* ſitis penitus diſſocientur, adeoque colores ibi ſimplices evadunt.

Jam vero obſervabam, quod ſimplices ſive primitivi colores juxta terminum *a b*, etſi longe debiliores, tamen (ſenſu judice) ejuſdem ſpeciei apparuêre, ac compoſiti juxta terminum *c d*, cujus rei ratio eſt, quod

quod color quilibet primitivus per commisturam colorum utrinque confinium exhiberi potest, ut in sequentibus patebit. Colorum, vero quos hoc pacto primitivos esse constitit, gradus esse insigniores, coccineus sive gramineus, thalassinus, cyaneus, indicus & ejusdem violaceus, qui ad usque extremitatem imaginis extendebatur, sed absque immistâ rutili alicujus fulgoris tincturâ apparuit, si modo cubiculum factum fuerit valde tenebrosum.

Observabam praeterea, quod coloribus hisce juxta terminum *a b* conspicuis, non potui sensibilem speciei mutationem refractionibus utcunque repetitis inducere. Quinetiam tentabam, si quo alio pacto mutare possem, quemadmodum reflectendo a corporibus diversimode coloratis. Sed in eo frustra fui; nam (superfluâ luce quaquaversum penitus exclusâ) si caeruliformes radii in aurum incidêre, illud aurum caerulei coloris evasit: si flaviformes in Indicum incidêre, flavescebat Indicum. Et sic in caeteris, adeoque hanc propositionem satis superque stabilem esse censeam.

PROP. III.

Colores albi & nigri, cum cinereis sive fuscis intermediis, ex radiis uniuscujusque speciei confuse mistis generantur.

Assertionis veritas e præcedenti propositione manifesta est; nam colores ex primitivis, (quales reperiuntur jam recensiti) per compositionem generari necesse est. At non gravabor tamen fusius probare, idque potissimum, cum lucem cui color albus competit, ex radiis quoad qualitates colorificas æque ac refrangibilitatem heterogeneis componi; eâque de causâ albere certissime constat. Proponitur itaque jam monstrandum esse, quod, cum omnes omnino colores, quos prismata generant, debite commiscentur, albedo exinde resultabit, deque tali misturâ perfecte componendâ plures modos, ex quo cogitabam ordine, recensere animus est.

Ac primo rem aggressus sum cum pluribus prismatibus ita dispositis, ut colores eorum in eundem locum inciderent, & sic inter se miscerentur. Sint A B C, D E F ac G H I (fig. 11) tria prismata juxta se situ parallelo ita disposita, ut alterum D E F sit alteris duobus A B C & G H I utrinque vicinissimis intermedium, in morem trium linearum conficientium capitalem literam græcam Σ, & lux per unumquodque prisma libere transiens, excipiatur in papyrum P T, pede uno vel duobus postpositam. Coloribus omnium prismatum sic in ipsam P T projectis, convertantur prismata circa proprios axes, & videbis colores istos sibi invicem accedere vel recedere. Quare convertantur, donec talis sit eorum

situs,

ſitus, ut unius priſmatis A B C rubor, & alterius G H I purpura vel color indicus cum viriditate tertii D E F coincidant, ſicut vides factum ad R; & ex iſtis coloribus ita ſibi commixtis albedinem generari cernes, colore purpureo & cæruleo juxta R cæteros intercedente.

CÆTERUM in iſtis experiendis convenit obſervare ſequentia. Primo, ſi anguli priſmatum planis refringentibus contenti A C B, D F E & G I H ſint inæquales, præſtat, ut illud priſma, cujus angulus G I H maximus eſt, ponatur verſus exteriorem partem anguli contenti radiis incidentibus & refractis, & iſtud verſus interiorem, cujus angulus A C B eſt minimus.

SECUNDO aperturæ, per quas lux tranſmittitur trans priſmata, debent eſſe magnæ; imo convenit, ut tranſitus luci per tota priſmata pateat, obſtaculo nullo adhibito; neque opus eſt, ut experimentum in tenebris peragatur, ſicut in aliis quamplurimis requiritur.

TERTIO papyrus P T, in quam colores incidunt, non nimis diſtare debet a priſmatibus: ſufficit diſtantia pedum plus minus duorum. Has autem aperturas & diſtantiam eâ de cauſâ adhibeo, ut colores eo melius commiſceantur ad albedinem perfectiorem componendam.

QUARTO,

QUARTO, ut colores ad R facilius etiam & ſatius commiſceantur, priſma A B C ſtatuatur in ſitu quocunque tali, ut radii tum ingredientes tum emergentes refractionem præterpropter æqualem patiantur, & in eo ſitu figatur. Et colores ejus ad diſtantiam duorum pedum excipiantur, vel ad eam potius, ubi vides flavum ejus & cæruleum modo contiguos, albedine intermediâ tum evaneſcente. Poſtea figatur illud priſma G H I in tali ſitu, ut purpura ejus contingat ruborem alterius A B C, non autem coincidat illi, & linea contactûs notetur. Deinde tertium priſma D E F ſic fige, ut ejus colorum medietas cadat in dictam lineam contactûs, quod ubi contingit, facile cognoſces, intercipiendo lucem cætera priſmata ingreſſuram. Denique papyrus P T ultra citraque transferatur paululum, donec videas albedinem perfectam in medio colorum ad R generari. Quam quidem albedinem ex variis coloribus compoſitam eſſe conſtabit, intercipiendo colores unius duorumve priſmatum, priuſquam attingant papyrum; nam loco albedinis, eos, quos non intercipis, colores intueberis.

DENIQUE ſi velis, ut colores cujuſque priſmatis perfectius miſceantur, poſſis adhibere plura priſmata, modo præſto ſint; tamen eventus non deerit expectationi, ſi tria tantum adhibeas. Etenim colores cujuſque priſmatis ſeorſum ſpectati non ſunt omnino

nino ſimplices, ſed viridis & rubeus nonnihil miſcentur in flavo, & purpureus ac viridis in cæruleo, & ſic de reliquis, quemadmodum in ſequentibus oſtendetur; & inde fiet, quod cum tria tantum priſmata adhibentur, non ſolum tres colores, rubeus, viridis & indicus commiſceantur in R, ſed etiam cæruleus & flavus, una cum omnibus eorum gradibus intermediis, iſtam albedinis compoſitionem ingrediantur.

VERUM, cum tot priſmata in ſitu tam accurato diſponere, propter motum ſolis & alia incommoda, difficile forſan & laborioſum ſimul inveniatur, niſi adhibeatur machina quædam eâ de cauſâ fabricata, ut ejus ope priſmata in deſiderato ſitu figantur; alium propterea modum profero, quo iſta negotio leviori, idque unico priſmate periclitari poteris. Sumatur papyrus, vel aliud opacum corpus attenuatum, in morem laminæ, & in eo confodiantur oblongæ rimæ ſex aut plures parallelæ, quarum latitudines ſint æquales diſtantiis, aut iis paulo majores. Deinde papyrus iſta figatur alicui ex planis lateribus priſmatis. Sit illud latus papyro obductum A C E D, (fig. 12.) & rimæ in papyro exciſæ litteris *l* deſignentur, quarum ſitus eſto parallelus ad E C concurſum laterum refringentium priſmatis, ſive ad verticem ejus. Papyrus autem debet toti iſti plano A D E C ſuperindui, nequa lux alibi tranſmiſſa quam per prædictas rimas perturbet experimentum. Tum priſma ſta-

tuatur

tuatur in luce ſolis, ut radii ejus per dictas rimas id ingrediantur, vel poſtquam refracti fuerint per eas egrediantur, & in iſto ſitu figatur. Quo facto, ſumatur alia papyrus P T, quæ ſic teneatur a poſticâ parte priſmatis ad diſtantiam trium duorumve digitorum, ut in eam lux terminetur, & videbis tot lineas colorum, quot ſunt oblongæ rimæ *l*, quarum linearum cuique tot competunt colores, quot ſolent apparere virtute priſmatum. Nempe quælibet rima ſubit officium unius e priſmatibus, experimento priori adhibitis, & proprios colores cæruleum, rubrum, cæteroſque generat, quaſi tot eſſent priſmata, quot ſunt rimæ. Porro, ſi papyrus P T longius differatur a priſmate, coloratas iſtas lineas paululum dilatari cernes, & interjecta ſpatia minui, donec abſorbeantur à coloribus tandem factis contiguis. Et, ſi papyrus adhuc longius differatur, colores a diverſis rimis effecti, rubri cum cæruleis primo, deinde alii cum aliis, incipient plus pluſque miſceri, & ſic ſeſe paulatim diluent, donec, cum miſtura ſatis abſoluta eſt, convertantur in albedinem, præterquam in eorum extremitatibus P ac T, ubi mixtura & confuſio fere nulla eſt. Et iſthæc accidunt, cum papyrus P T quaſi ad diſtantiam decem vel duodecem vicibus majorem ipſâ A C vel B C, latitudine planorum priſma conſtituentium, amovetur. Quod ſi amoveatur adhuc longius, abſimilium radiorum commiſtio perfectior fortaſſe evadet, ſed colores purpurei & cærulei ad P, ac flavi ac rubri

rubri ad T, latiores fient, & interjectum ſpatium album minuetur, donec totum deſtruatur ab iſtis coloribus occupatum.

In hiſce autem experiendis cavendum eſt, ut oblonga foramina *l* ſint accurate æqualia, & æqualibus diſtantiis ab invicem diſſita, ne luce magis copioſâ per aliquod ingreſſa quam per cætera, colores exinde generati prævaleant cæteris, & miſturam perfectam conturbent, & ſic vice albedinis colores apparebunt hinc illinc more fortuito ſparſi. Illa vero diſtantia rimarum *l*, ut & earundem latitudo, non male ſtatuitur eſſe pars digiti circiter duodecima, aut eâ major forte, ſi priſma ſatis amplum adhibeas. Quinetiam, ſi cupias, ut experimentum ſit omnibus numeris abſolutum, vice priſmatum vitreorum vulgo venalium (quæ ſunt nimis gracilia) debes amplioribus uti, qualia poſſis efficere ex laminis vitreis utrinque perpolitis, & conjunctis in morem vaſculi priſmiformis, quod vaſculum impleatur aquâ clariſſimâ, & undique cemento obturetur. Non multum refert, quænam ſit hujus latitudo; ſufficit, ut ſit trium digitorum. Sed refringentia latera debent eſſe quatuor vel ſex lata aut amplius, ut rimæ præfatæ *l* cum diſtantiis earum fiant majores & plures & magis accuratæ. Sin utaris anguſtioribus, qualia vulgo venduntur, colores cæteri juxta P ac T dilatando prius deſtruent interjectam albedinem, quam perficiatur per remotionem papyri P T. Et illa

A a præ-

præterea, quæ in totum constant ex vitro, colore aliquo vel viridi vel flavo plerumque tinguntur; & radios ita tingunt in transitu, ut albedinem perfectam exhibere nequeant.

Jam vero audire videor objectionem, ex receptis philosophorum opinionibus depromptam. Dicat enim aliquis, quod colores revera & proprie loquendo non miscentur, sed destruuntur potius; idque eâ de caussâ, quod umbræ vicinia, quæ necessaria est ad productionem colorum, tollitur, cum radii per diversas rimas trajecti commisceri incipiunt; & propterea, quod radiis sic mixtis, quorum motus inter se dissentiunt, necesse est, ut isti motus destruant alterutros, quibus cessantibus color omnis perit, & in albedinem convertitur. Sic Cartesianus aliquis contendat forte, quod, cum globuli miscentur, quorum rotationes contrariantur sibi, necesse est, ut impediant sese, & alternos motus destruant. Et sic alii objiciant alia.

Sed responsio multiplex in promptu est, & imprimis inquam, quod, cum umbræ coloribus *interjectæ* primum evanescunt removendo papyrum P T, colores tamen non ideo pereunt, neque minimum immutantur, donec incipiunt misceri per remotiorem distantiam papyri; & albedo non producitur, donec per distantiam adhuc remotiorem mistura radiorum

omnis

omnis generis evadat perfecta. Unde confinium umbræ non est necessarium ad colores producendos, neque albedo generatur ex isto sublato.

SECUNDO, colores, qui primo omnium miscentur, nimirum purpureus sive violaceus, & rubeus, videntur maxime esse omnium dissimiles, propterea quod adversas colorum extremitates occupent. Quamobrem itaque motus eorum contrarii non destruunt sese, neque color albus generatur, antequam cæteri etiam colores omnes miscentur.

TERTIO, cuique licet observare, idque nullo negotio, quod colores non omnino mutantur trajiciendo radios per medium quantumvis luminosum: sic colores prismatum sunt iidem, sive trajiciantur per spatium illuminatum, sive tenebris involutum; & res omnes eodem modo coloratæ cernuntur, sive conspiciantur, cum lumen solis trajiciatur inter medium spatium, sive cum excludatur; id quod secus esset, si lux in lucem per idem medium transeuntem potest agere. Quinimo, si radii duobus prismatibus refracti sese decussent, postquam ab invicem discreti sunt, eosdem colores efficient, quos alias efficerent, si non omnino miscerentur. Quod non posset evenire, si radii diversis coloribus tincti sibi mutuo per eadem spatia transeuntibus mutationem aliquam inducerent.

Quarto, cum in illâ diſtantiâ papyrum P T fixeris, ubi colores albedinem optime componunt, ſtatuatur alia papyrus Y Z ad diſtantiam duorum vel trium digitorum a priſmate, & in eâ notentur lineæ coloratæ, tum excindantur iſtæ partes papyri, in quas dictæ lineæ cecidêre. Factis eo pacto rimis oblongis v v v v v v parallelis & æqualibus, ut & æque latis ac diſtantibus; deinde papyrus iſta Y Z in locum ſuum reſtituatur tres digitos circiter a priſmate diſtantem, ut per rimas ejus lux colorata trajiciatur ad alteram papyrum P T longinquiorem; quo facto poſſis obſervare, quod ſi parum deprimas papyrum Y Z, ut purpureos colores & cæruleos ſuperioribus labris rimarum ejus impingentes intercipiat & tranſmittat cæteros, albedo ad papyrum P T convertitur in rubeum colorem, aut citrium vel flavum: ſin attollas eam, ut rubei & flavi labris inferioribus intercipiantur, cæterique perlabantur, albedo iſta convertitur in purpureum, indicum & cæruleum, perinde ut fieri oportet in mixturâ colorum; nam unis è mixturâ ſublatis, alteri debent ad propriam ſpeciem & formam reſtitui.

Quinto, papyro Y Z ſublatâ & reliquis ſtantibus, papyrum alteram P T in meditullio albedinis acu perfora, ut lucis ejus portiuncula trajiciatur, quam deinceps accipe in aliam papyrum, iſti P T ad diſtantiam quatuor vel ſex digitorum poſtpoſitam, &

vice

vice albedinis colores iterum apparebunt. At, quomodo colores illi de novo generari potuissent, si destruerentur in productione, potius quam miscerentur non video. Concedendum est itaque, quod tantum miscentur, & quod radii variis coloribus tincti, & promanantes a diversis rimis *l*, *l* decussant sese in dicto foramine acu effecto, & postea divergentes ab invicem gradatim segregantur, & segregati proprios iterum colores depingunt, quemadmodum posthac fusius explicabitur. Ad eundem praeterea modum, si speculum aliquod planum & exiguum K statuas in medio albedinis ad P T papyrum effectae, ita quidem ut aliquos ex albificantibus radiis aliorsum veluti ad *p t* reflectat; lux alba sic reflexa degenerabit in colores, quos videre est ad *p t* papyrum objiciendo. Etenim radii tincti cum diversis coloribus, & in albedinem ad speculum K commisti, inclinantur ad se invicem; propterea quod adveniunt a diversis fissuris *l*, *l*, *l*, *l*, *l*, *l*. Atqui tantum divergunt a speculo, postquam reflectuntur, quantum antea convergebant. Divergentes itaque paulatim dissocientur, ac dissociati proprios colores non secus exhibebunt, quam si nunquam fuissent commisti. Liquet ergo, quod in misturâ radiorum diversicolorum dispositiones ad efficiendos varios colores non destruuntur, utut albedinem exhibeant, dum commisceantur sibi.

Ad hæc, lamina K, si valde obliquetur ad radios in ipsum incidentes, non amplius alba apparebit, sed vel cum rubeo vel cæruleo colore imbuta, prout vel versus verticalem angulum, vel versus basin prismatis inclinatur; id quod nullo modo accideret, si alba lux, quâcum illuminatur, homogenea esset; quandoquidem alba & specularia corpora reflectendo lucem, non mutant colorem ejus. Sed hoc ex eo evenire fatendum est, quod in speculum, quando incidentibus radiis admodum obliquatur, pauciores ex obliquioribus radiis in illud incidant, inque reflexâ luce major sit copia radiorum minus obliquorum, qui proinde prædominantur, & proprium colorem ostendunt, quem non possunt exerere, si ad albedinem lucis incidentis producendam non tantum cum aliis coloribus miscerentur, sed revera transmutarentur in uniformem albedinem. Cæterum nota, quod in isthoc experimento faciendo, præstat laminam non perpolitam, sed superficie nonnihil asperâ (qualis est nummi argentei vel chartæ, &c.) præditam adhibere.

Præterea vulgo notum est, quod ex pulveribus diversicoloribus inter se commistis novus color emergit; tamen, si pulveres isti inspiciantur microscopiis, omnes videntur tincti propriis coloribus. Adeo ut ex misturâ pulverum colores proprii non destruantur, sed permiscendo tantum color novus eliciatur.

ciatur. Verum iidem plane colores ex misturâ colorum prismatum ac pulverum producuntur. Sic pulvis cæruleus cum flavo mistus producit viriditatem, & eadem viriditas etiam producitur ex misturâ radiorum tinctorum cum cæruleo & flavo; & proinde non dubium est, quin colores novi ex coalescentibus prismatum coloribus, non factâ assimilatione sed misturâ tantum, similiter oriantur. Cæterum, ut nullum dubitandi locum relinquerem, effeci, ut pulveres colorum principalium, quos prismata generant, rubei, flavi, viridis, cærulei & purpurei, in proportione certâ miscerentur, & licet albedo perfecta non prodibat, tamen isti colores ad sensum periêre, & quoddam genus albedinis fuscum & obscurum, sive medioere inter albedinem perfectam & nigredinem, producebatur: Quod nostro proposito non minus inservit, quam si albedo perfecta prodiisset; quandoquidem fuscus ille ab albo perfecto tantum differt quantitate lucis, non autem specie coloris; ut exinde pateat, quod producitur ex albo cum nigredine contemperato. Neque expectandum est, ut mihi videtur, alium quam fuscum colorem e tali pulverum misturâ generari. Nam, cum pulveres colorati intromittant maximam partem lucis, istam fere solam reflectentes, quæ apta est ad exhibendos proprios colores, ut ostendetur postea; eorum mixtura maximam quoque partem lucis intromittet. Unde pro albedine perfectâ talis color generandus est, qualis efficitur ex albedine & negredine mixtis, id est fuscus.

Atta-

Attamen non eo inficias, quin tales ſorte pulveres inveniantur, præſertim inter mineralia, qui tantum lucis reflectant, ut mixti exhibeant albedinem perfectiorem, quam hactenus vidi ex mixturis effectam. Cæterum, quod pulveres coloribus tantum quinque præcipuis tinctos miſcebam, non ideo cogitandum eſt albedinem ex quinque ſolis productam fuiſſe, ſed ex omnigenis. Nam in omnium corporum coloribus alii latent principalibus commiſti, licet minus fortes, ut a principali ſeparati non cernantur; ſic in cæruleo pulvere latent cyaneus & indicus, aliique gradus omnes uſque ad viridem aut flavum fortaſſis ex unâ parte, & ad intenſum purpureum ex alterâ; utut cæruleus ſolus appareat, quod ſit cæteris longe copioſior.

Experientiis hiſce admonitus in mentem præterea revocabam, quod corpuſcula, quæ conſpiciuntur in radiis ſolaribus huc & illuc volutantia, varios colores exhibent, modo quiſquam ea diligenter obſervat in cubiculo quaquaverſum luci occluſo, præter unicum foramen per quod illuminantur; & tamen, cum *iſti* pulviſculi in acervum congregantur, nullus omnino color apparet præterquam fuſcus.

Non minus appoſita eſt obſervatio, quod, cum aqua ſapone in eâ ſoluto paululum inſpiſſata, & in ſpumam agitando converſa fuerit, poſtquam paululum conſtitit ſpuma, in ſingulis bullulis, ex quibus con-

conglomeratis efformata est, innumeri omnigeneris colores acutius inspicienti apparuêre, & tamen spuma, ad tantam distantiam spectata, ubi colores in singulis bullulis ab invicem distingui nequibant, apparuit perfecte candida.

Patet itaque colores prismatum revera non destrui ad albedinem producendam, sed commisceri tantum, quandoquidem emergunt immutati, cum radii coeuntes decussavêre, & per subsequentem divergentiam iterum dissociantur; & proprios etiam colores exhibent, cum aliqui copiosius quam cæteri reflectuntur. Atque subalbus color e misturâ pulverum omnigenis coloribus præditorum, ut & albedo perfectior e diversicoloribus bullulis sine aliquâ congredientium colorum mutatione similiter emergat. Ad hæc, cum rei dignitas postulare videatur, ut nullus non moveatur lapis, præter modos præcedentes componendi albedinem lubet adhibere tertium & quartum, deinde quo facilius prædicta experiri possis, & magis forte cum evidentiâ.

Posito quod sol illuceat obscurato cubiculo per unicum tantum foramen F (fig. 13.) cui prisma A B C affigitur, ingressam lucem refringens ad P T. Juxta colores in papyrum P T sic projectos, teneatur alia papyrus Z, ut illuminetur a coloratâ luce, quam altera papyrus P T reflectit. Quo facto, papyrus Z sic illuminata radiis omnium colorum a P T

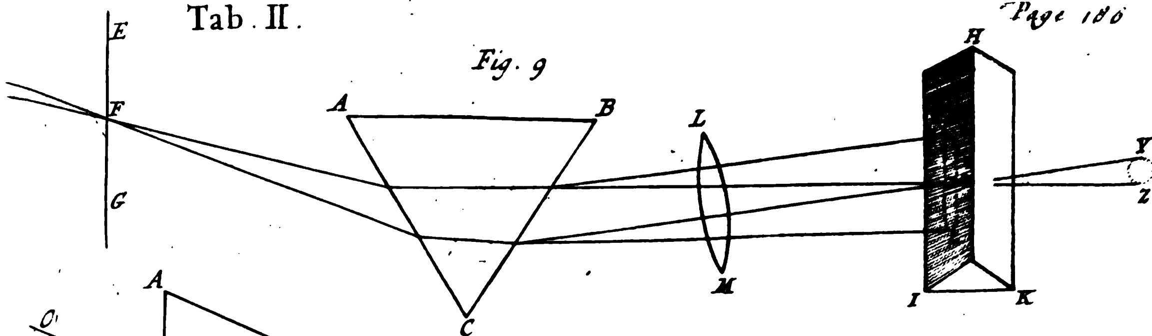
confuse reflexis apparebit alba. De hoc autem specimine maxime luculento & facili juvabit observare sequentia.

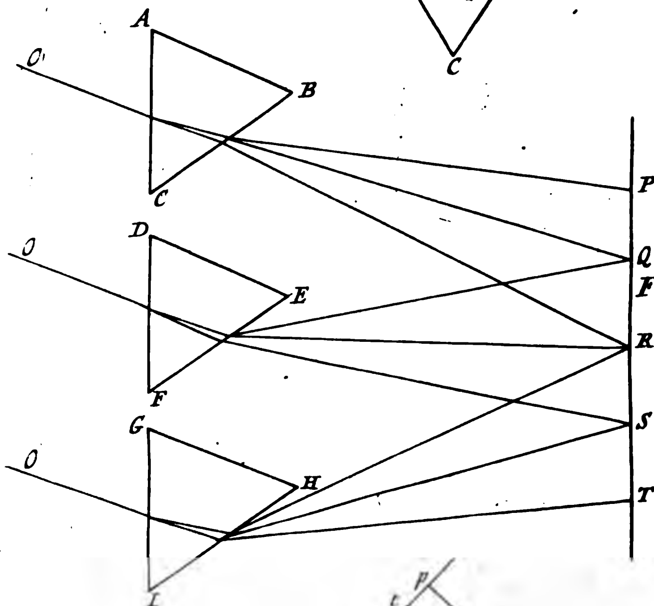
Primo, quod auferendo papyrum P T, ne lucem amplius ad Z reflectat, e consequente defectu lucis in Z cognoscas eam illuminari per solam lucem coloratam a P T reflexam.

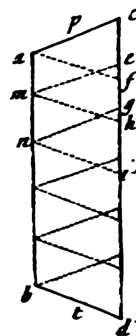
Secundo, si papyrum Z ipsi P T valde vicinam teneas, ut una pars ejus magis illuminetur ab uno colore, & alia ab alio, ipsa Z non apparebit alba, sed ejus partes ab omnibus coloribus istis tingentur, quibus sunt vicinissimæ. Sin ipsa Z ad majorem a P T distantiam transferatur, ut omnes ejus partes æqualiter fere ab omnibus coloribus illuminentur, ex illâ colorum mixturâ generabitur albedo. Pari ratione, si quemlibet e coloribus ad papyrum P T tendentibus intercipias, ne reflectetur ad Z, illud Z non amplius albescet, sed evadet coloratum pro mixturâ, quam cæteri colores in ipsam P T prolapsi componunt.

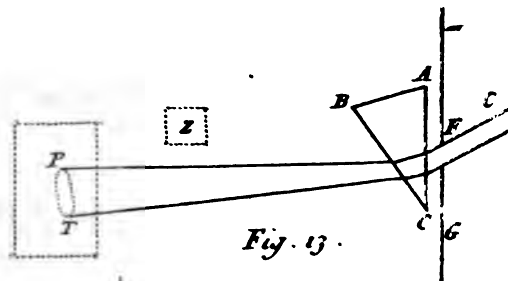
Denique, quod albedo illa Z non destruendo colores sed tantum miscendo generatur, exinde pateat, quod colores P T cernuntur beneficio radiorum non secus oculo mixtim incidentium quam papyro Z. Itaque, si colores destruerentur potius, quam miscerentur ad Z, etiam destruerentur ad corneam tunicam oculi.

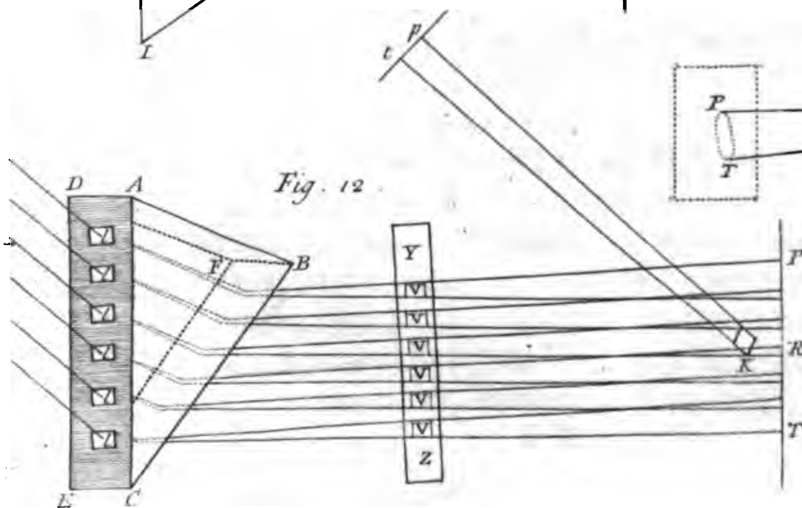
Tab. II.


Fig. 9
E
F
G
A
B
C
L
M
H
I
K
Y
Z


A
B
C
O
D
E
F
G
H
I
P
Q
R
S
T
Fig. 11.


p
c
a
e
f
m
g
h
n
i
b
t
d
Fig. 10.


Z
P
T
B
A
F
C
G
Fig. 13.


t
p
Fig. 12
D
A
F
B
Y
Z
K
P
R
T
E
C

oculi vel pupillam, ubi tamen certissimum est, quod misceantur tantum, ut decussantes postea divergant ad varias partes retinæ, & sic excitent phantasmata propria. Quinimo, si radii tincti cum diversis coloribus, dum per eadem spatia confuse transeant, possent inter se invicem agere, & dispositiones mutare, quas quilibet habent ad expingendos proprios colores; omnes omnium rerum colores conturbarentur, & se mutuo transmutarent, dum per aera transmittuntur; ubique scilicet radiis aliorum corporum omnigenis coloribus tinctorum occurrentes, & sic in coloribus visibilium nulla esset certitudo, constantia nulla.

Quartum præterea modum descripturus, quo colores in albedinem misceri possint, pono A B C (fig. 14.) esse prisma foras ante foramen F dispositum, quod refractam lucem in obtenebratum cubiculum transmittit versus M N. Tum lentem M N sume, cujus focus est ad distantiam semipedis vel pedis unius duorumve (quale est objectivum vitrum perspicilli bipedalis) & eam statue paulo plus distantem a foramine F, quam focus distat a se; ita scilicet ut lux colorata per eam deinceps trajiciatur, sicut videre est in schemate: sit autem ejus latitudo sive apertura tanta, ut omnes radios transmittat. Deinde, cum lentem in dicto situ stabilitam feceris, pone statuatur papyrus P T, in quam radii hi refracti terminentur, eamque primo colloca proxime

ad lentem, deinde ad majorem diſtantiam continuato motu transfer; & videbis colores purpureum P rubeumque T contrahi, & eouſque minui, dum omnes convertantur in albedinem, puta ad X quatuor vel ſex pedes aut longius forte diſtantem a lente pro convexitate ejus vel poſitione. Deinde, ſi papyrum adhuc longius transferas, colores iterum emergent, ſed in ſitu contrario, rubeo ad τ conſpecto & purpureo ad π, neque ulla inter eos ad P T & π τ differentia intercedit, præterquam quod ſit contrarius. Scilicet a lente M N effectum eſt, ut omnes radii venientes ab aliquot punctis foraminis F in totidem iterum punctis congregentur ad papyrum X; & ſic omnes omnium ſpecierum, tum purpuram ad P, tum rubedinem ad T, tum alios alibi colores efficientium, convergunt ad X, & ibi confuſe miſcentur ad albedinem generandam, de quâ imagine albâ & orbiculari monebam ſupra. Poſtea vero cum ſeſe decuſſavêre in X, radii P X tendunt ad π, & T X ad τ, adeo ut colores expingantur ad P & π per eoſdem radios P π & iidem ad T & τ per eoſdem T τ, & ſic de aliis. Unde liquet iterum, quod diſpoſitiones radiorum diſſimilium ad diverſos colores producendos non deſtruantur per eorum mixturam; quandoquidem eoſdem expingunt cum ſegregantur, quas ante mixturam expingebant.

Porro, ſi radios cujuſvis coloris intercipias, interponendo aliquod corpus opacum prope lentem M N,

M N, & cæteros facias missos, videbis non modo colores interceptos e papyris P T ac πτ tolli, sed & albedinem X destrui, & ejus vice colorem aliquem, qualis efficitur per mixturam radiorum præterlabentium, generari. Sic, si radios intercipias ostendentes rubeum ad N, rubedo T ac τ tolletur, ac albedo X convertetur in cæruleum. Vel, si sistas tum rubeum ad N tum purpureum ad M, & intermedios flavum, viridem, & cæruleum præterlapsos mittas, ex eorum misturâ viriditas producetur ad X. Et sic prætermittendo quos velis, & sistendo alios pro arbitratu, possis experiri mixturas quaslibet, & probare qui color inde generabitur, modo pretium laboris experientiam illam judicaveris.

Verum, cum experimenti hujus dignitas videatur exigere, ut summâ cum diligentiâ retegatur, & penitus explicetur, dum plura de coloribus simul complectitur & exhibet, quam in unico tantum experimento solent latere; non gravabor modum copiosius ostendere, quo radii miscentur ad X, & nonnulla postmodo scitu non indigna patefacere. Itaque concipiantur tales refractiones in prismate fieri, ut radii incidant in varios circulos ad lentem M N, qui varios gradus refractionis patiuntur, prout explicui in præcedentibus, sitque P Q R S T (fig. 15.) oblonga imago, composita ex præcedentibus circulis & in lentem projecta, quorum circulorum extremi

duo

duo sunto P Q purpureus, & S T rubeus. Porro sit *f* F *f* diameter foraminis, per quod lux in lentem trajicitur, cujus foraminis punctum aliquod ut F primo consideremus, a quo venientes radii dictos circulos P Q, S T, totamque imaginem P T efformant: & præterea, cum radii eundem quemlibet circulum efformantes sint homogenei, ponatur, quod lens sit tali figurâ prædita, ut eos omnes ad eundem illum circulum (puta rubeum S T) pertinentes, versus punctum quoddam Z exacte refringat; quod fieri posse per lentem convexis hyperbolis terminatam, ut & per lentes aliter formatas, Cartesius in Dioptricâ & Geometriâ edocuit. Est itaque Z focus radiorum F S, F T, & cæterorum uniformiter rubeorum, & recta F Z ducta erit axis lentis. Præterea, cum radii F P, F Q, cæterique conficientes alterum extremum circulum P Q colorem purpureum ostendant, & propterea magis refringantur quam alteri tendentes ad S T; illi ideo emergent ad punctum quoddam aliquanto propinquius quam Z, veluti ad Y, ut ii facile percipient, qui norunt focos lentium esse tanto propinquiores sibi, quanto major est earum vis refractiva. Liquet itaque radios in coloribus & refractionibus absimilibus ad diversos focos convergere. Sed, cum eadem lens pluribus focis haud queat aptari, & ideo, cum Z supponatur focus in quem omnes radii ad circulum rubeum S T pertinentes exacte conveniant, radii pertinentes ad alterum circulum P Q purpureum

um omnes in ejus focum Y exacte convenire nequeunt; attamen eorum concursus juxta Y in axe tam proxime accuratus erit, ut quoad sensum & experientiam omnem habeatur pro accurato.

Quinetiam, si lens M N ponatur sphærice convexa, ut neuter focorum Y vel Z stricte loquendo possit esse accuratus; tamen, quantum ad præsentia spectat, pro accuratis habere liceat. Itaque concipiendo, quod radii manantes a P Q & S T convergant ad Y & Z, & ibi decussantes divergant itidem; patebit, quod hi duo radiorum penicilli concurrent, & miscebuntur in spatio focis Y & Z intermedio, veluti ad *t*, modo lentis centrum R ponatur intermedium circulis P Q & S T. Ad eundem modum radii cæterorum generum convergent in alios focos ipsis Z & Y intermedios, ac tanto propinquiores ipsi Y, quanto major est eorum passio refractiva. Sic focus viridiformium radiorum cadet in medio spatio, veluti ad X, radiique cæruliformes convenient citius inter X & Y, & flaviformes longinquius inter X & Z, ac cæteri colores intermedii in spatiis intermediis, eorumque penicilli sese decussabunt ultra citraque locum *t*; ita tamen ut istæ decussationes sint eo densiores, quanto sint ipsi *t* viciniores, & ut spatium X *t* sit minimum, per quod omnes radii transeunt manantes ab eodem puncto F. Non dissimili modo radii venientes ab alio quovis puncto foraminis ut *f*, si sint rubriformes, convergant ad

Z,

z, ſin purpuriformes ad *y*, & ad intermedium aliquod punctum, ſi ſint intermedii generis, & eorum concurſus denſiſſimus erit in loco medio, veluti *x l*. Atque adeo ex radiis ab integro foramine *f* F *f* manantibus, foci minime refrangibilium jacebunt in ſuperficie *y* Y *y* lenti proximâ, & foci maxime refrangibilium jacebunt in aliâ ſuperficie *z* Z *z* à lente remotiſſimâ, focique mediocriter refrangibilium jacebunt in aliis intermediis ſuperficiebus. Et ſic omnes omnium radiorum foci totum ſpatium *y z z y* a ſuperficiebus iſtis integratum occupabunt, & in eo præcipue penicilli decuſſabunt & commiſcebuntur.

Jam ex hâc deſcriptione venit obſervandum, quod ſi papyrus H I teneatur in medio dicti ſpatii *y z z y*, ut in eam radii terminentur, ubi eſt denſiſſimus eorum concurſus, & miſtura ad albedinem generandam perfectiſſima, radii viridiformes tendentes ad focos in papyro ſitos, in eam incident intra literas *x x*. Sed rubriformes venientes ab S T, ac tendentes ad focos in ſuperficie *z* Z *z* ſitos ut dictum eſt, incident in papyrum intra literas *l l*, dum purpuriformes tendunt à P Q ad focos ſitos in ſuperficie *y* Y *y*. Cæteri autem radii cadent in alia ſpatia inter *x x* & *l l* mediocria, ipſiſque *x x* tanto viciniora, quanto foci eorum minus abſint a papyro. Liquet itaque, quod totum ſpatium *x* X *t l* non debet albeſcere, ſed pars ejus tantum media inter literas

literas *x* & *l* interiores sita, ubi scilicet colores omnes commiscentur. Etenim in extremitate *x* versus H radii viridiformes cadunt soli, qui proinde tingent extremitatem istam cum viriditate. Ad alteram autem extremitatem versus I nulla miscetur viriditas, sed purpura tantum cum rubore. Qui dicta perpendet etiam facile concipiet, quod, cum papyrus paululum tranferatur ultra citraque, colores alii præter viriditatem apparebunt ad extremitatem imaginis versus H. Sic videlicet inter P & *y* purpureus apparebit extrinsecus, inter *y* & *x* cæruleus & viridis ad *x*, deinde flavus inter *x* & *z*, ac rubeus denique ad *z*, & postea perpetuo. Ad alteram autem imaginis extremitatem versus T sitam rubeus erit extrinsecus, atque à T progrediens videbis pallidum quendam colorem, nunc ad rubeum, nunc ad cæruleum nonnihil vergentem, pro variâ proportione mistorum; at ultra *l* purpura semper conspicietur. Cæterum, cum distantia inter *y* & *z* valde parva sit, & multo magis distantia inter X & *t* sive *x* & *l*, hoc est latitudo limbi colorati, propter summam ejus exilitatem conspectui vix patebit, sed totum spatium *x* X *t* *l* nisi acrius observanti apparebit album.

CUM hæc advertissem, experiebar deinde an responderent præconceptis, & licet male successit primo, dum utebar angustâ lente, postea tamen, cum adhibui lentem eâ de causâ latiorem, ut angulus X Y *t* sive *x* *y* *l*, & inde *x* *l* sive X *t*, hoc est, latitudo di-

 cti

cti limbi colorati fieret major, quod optabam, evenit. Adhibeatur igitur lens, cujus latitudo sive apertura sit trium digitorum aut major eo, foci autem longinquitas pro lubitu pedum trium vel quatuor, tum ea collocetur ad distantiam sex vel octo pedum a foramine *f F f*, ut colores P Q R S T in eam prolapsi usque ad extremitates ejus extendantur, nullis tamen præterlabentibus. Deinde papyrus H I pone collocetur, & transferatur ultra citraque, & ad extremitatem imaginis versus H videbis omnes prismatum colores a purpurâ ad rubedinem usque gradatim successivos. Sed ad alteras imaginis partes versus I, inter purpuram ad *z* & rubedinem ad *y* conspicuam, neque viriditas, neque alius quisquam ex intermediis coloribus apparebit, nisi forte qui finit ex rubeo & purpureo mixtus; quemadmodum ex eo cognoscas, quod, cum intercipis extremitatem purpuræ ope corporis opaci juxta lentem adinterpositi, ille limbus imaginis versus I fiet rubeus; sin extremitas rubedinis ad T intercipiatur, limbus idem fiet purpureus. Et hinc est, quod transitus a purpurâ ad rubedinem ex hac parte imaginis fiet multò celerior quam ex alterâ versus H, ubi colores omnes interveniunt. Cæterum, cum dictorum colorum latitudo tam exigua sit (scilicet haud major centessimâ parte digiti) ut nisi vitra sint bene polita, & a venis libera, & igitur experientis diligentia & curiositas solito major, forte excidet proposito. Quamobrem in majorem evidentiam rei & experiendi copiam

copiam addo, quod, si microscopium sumas, atque ita disponas, ut papyrum aliquam affixam laminæ, super quam objecta collocantur contemplanda, distincte amplificet, dein ita statuas, ut imago lucida *x* X *t l* incidat in istam papyrum, colores in ejus limbo sic ampliatos videbis sat manifestos.

Verum, cum mistura radiorum, quoad colores dissimilium, non sit adeo perfecta in hoc specimine, quin ut e coloribus aliqui in extremitate albedinis appareant, (licet tam exigui, ut incautus forte non advertat;) placet insuper observare, quod si vice lentis refractoriæ speculum concavum accurate formatum & perpolitum adhibeas, dicta mistura fiet omnibus numeris perfecta. Etenim irregularitas illa, quâ refractiones ita perturbantur, in reflectionibus nulla est; sed radii quoscunque colores depingentes & utcunque refrangibiles ad eosdem tamen angulos reflectuntur, in quibus incidunt. Quamobrem, si M N (fig. 16) sit speculum ellipticum, cujus foci sint F & X, radii omnes a puncto F manantes, cujuscunque sint generis, sive purpuram ad P, sive rubedinem ad T, sive alios alibi quoscunque colores ad speculum exhibentes, omnes accurate conveniunt in eodem puncto X. Quinimo, licet speculum M N non sit ex ellipticâ figurâ segmentum, sed e sphericâ, modo semidiameter sphæræ, hoc est distantia ejus a focis prædictis F & X satis magna sit, puta trium pluriumve pedum, & distantia focorum valde

 parva,

parva, puta non plus quam unius digiti : si hæc inquam ponantur, radii ab F manantes adeo propemodum convenient in X, ut istud X quoad sensum pro exacto foco habeatur ; & eodem modo radii manantes ab aliis punctis ut *f* ipsi F vicinis, colores reflectuntur a speculo P T in unumquodque punctum imaginis *x* X *x*, totamque exhibebunt albam.

Sunt & alii modi componendi albedinem, quemadmodum, si vice lentis speculive, duo prismata I L M & K M N (fig. 17.) in situ ad consimile prisma A B C parallelo, ad distantiam aliquot pedum juxta posita adhibeantur, quæ radios in contrarias partes refringant, faciantque versus *x* convergere, quos prisma A B C divergentes effecerat. Colores ad *x* congregati component albedinem, ac post decussationem sub propriis (ut antea) formis ad $\pi\tau$ denuo apparebunt.

Opportuna hic alia subit assertionis demonstratio, quod colores in concursu non destruuntur ad albedinem efficiendam, sed commiscentur tantum ; utpote rotam dentibus undique in perimetro consitam ita collocatis juxta duo prismata I L M & K M N, vel juxta lentem M N in præcedenti experimento, ut e coloribus aliqui in dentem aliquem impingent, dum cæteri per intervallum inter illum & proximum dentem præterlabantur, & in chartam ad præfatum colorum concursum *x* excipiantur.

Tum

Tum rotam imprimis lente circumvolve, & videbis singulos colores in chartam, sine aliquâ albedinis apparitione, successive procedere; postea, si rotam tam celeri motu circumagi facias, & succenturiantes colores propter velocitatem consecutionis ab invicem distingui nequeant, transmigrabunt in albedinem, eamque quoad sensum homogeneam, sine aliquâ colorum apparitione, ex quibus celerrime se mutuo consequentibus albedo illa efficitur, & hanc albedinem, e coloribus illis successive commistis componi per se manifestum est.

QUINETIAM albedo non tantum ad locum concursus X e commistis coloribus componitur, sed etiam ad foramen *f* F *f*, ubi lux modo transiit prisma & colores nondum apparuêre, quandoquidem omnes radii quibuscunque coloribus affecti, qui ad punctum quodvis imaginis *x* X *x* convergunt, ab alio quodam puncto foraminis *f* F *f* manârunt, & sic iidem radii ad utrumque spatium *f* F *f* & *x* X *x* miscentur, & utriusque albedinis eadem est compositio.

ITAQUE hæc clariora fient observando primo, quod rei alicujus utcunque figuratæ, & applicatæ ad foramen *f* F *f*, umbra distincte projicitur in papyrum radios excipientem ad X. Quinimo bullularum aeris in prismate latentium (sicut vitris omnibus contingere solet) umbras videre licet ad instar macularum.

cularum ad dictam papyrum projectas: id quod nullo pacto contingere potuisset, nisi radii manantes ab aliquot punctis ipsius f F f, in totidem punctis rursus convenirent ad x X x. Et licet non exacte conveniant in iisdem punctis manantes ab iisdem, cum lens refractaria vice speculi adhibetur ut in figuris 14 & 15, & proinde colores nonnullos generent in confinio lucis & umbræ, sicut fuse explicui; tamen spatium in quod conveniunt tantillum est, ut pro puncto sensibili ferme habeatur.

Secundo, si lentem in figurâ 14 ita statuas, ut æquidistet a focis ejus F & X in medio posita, ac deinde colores excipias in papyrum P T tum ultra lentem versus X, tum citra versus F alternis temporibus admotam; possis observare, quod colores eodem plane modo apparent, diminuuntur, & in albedinem paulatim convertuntur, dum dicta papyrus motu lento & continuo transfertur ad F, atq; dum transfertur ad X; adeo ut divergentia colorum ab F & convergentia ad X omnino similis sit. Pari ratione, si papyrus π τ lente moveatur ad X, juxta & p t moveatur ad F, iidem colores conspicientur in utrâque, & eodem modo desinent in albedinem, hoc tantum excepto quod eorum situs contrariatur propter decussationem radiorum in X; atque adeo divergentia colorum ab utrisque F & X similis est. Quid itaque concludendum est exinde, quam quod eodem modo commis-

miscentur & ad F antequam divaricaverunt ab invicem, & ad X ubi rursus congregantur in albedinem? Sed, ut comparatio modo facta evadat illustrior, venit observandum porro, quod cum papyrus statuitur ipsi F contigua, & amovetur deinde versus P T, & postea statuitur ad X, & amovetur versus $\pi\tau$, quod inquam albedo ad F & X in utroque casu, primo degenerabit in colores secundum extremitates ejus, dum in meditullio manet alba; cujus rei ratio non est alia, quam quod radii diversi generis perinde segregantur in confinio lucis & umbræ. Sic posito quod radii divergant a spatio F *f* (fig. 18.) alii quidem paralleli tendentes ad A B, atque alii ad priores inclinati paralleli tendentes ad C D; prima segregatio fiet in extremitatibus juxta lineas F A & *f* D, ultimaque in medio veluti ad *g*: nam in lineâ *p t* inter F *f* & *g* ductâ videre est, quod paralleli juxta extremitates *p q* & *s t* ab invicem segregantur, sed mixtim transeunt per intermedium spatium *q s*.

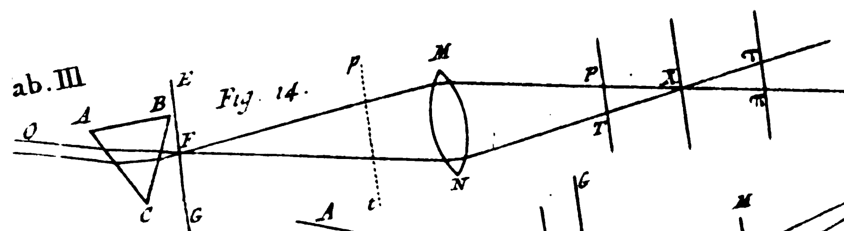
Tertio, sicut lens M N in fig. 14 refringendo radios divergentes ab F, facit ut convergant ad X & ibi conficiant albedinem; eodem modo, si isti radii, postquam decussavêre, divergentes ab X iterum trajiciantur per aliam lentem *m n* (fig. 19.) priori similem, & similiter positam inter focos ejus X & *x*, id est æquali ab utrisque distantiâ; colores sic ad *x* secundâ vice congregati albedinem rursus component, sicut ante composuerant ad X, hoc tantum interpo-

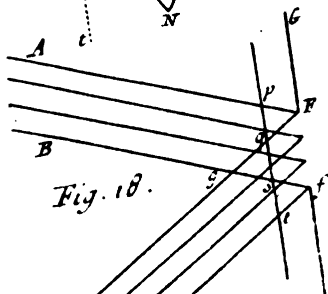
sito

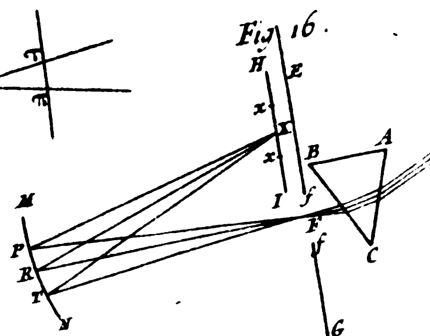
ſito diſcrimine, quod apparebunt in limbo albedinis ad *x* duplo altioris, quam (e mox oſtenſis) apparent ad X, atque inſuper in ſitu contrario. At ſpeculis, ut dictum eſt, adhibitis, quæ lucem aliquoties repercutiant, iſti colores erunt nulli; atque adeo penicilli F X & X *x* evadent omnino ſimiles, & ſimilis fiet decuſſatio & commixtura radiorum ad F, X & *x*. Concludendum eſt itaque, quod lux, cum modo trajicitur per priſma, licet albedinem exhibeat, tamen conſtat ex variis heterogeneis confuſe mixtis, & ab invicem per divergentiam mox diſceſſuris, qui poſtquam ita ſegregantur, propriis apparent formis, ſin iterum congregantur, albedinem rurſus componunt, & ſic præterea in infinitum.

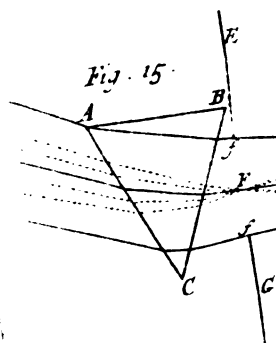
Imo vero lux non ſolum componitur ex omnium colorum radiis, ut egreditur priſmate, & nondum diſcernitur in colores iſtos, ſed etiam cum nondum attigit priſma, & antecedenter ad omnem refractionem; & inde non mirum eſt, quod, cum ſegregantur in colores, virtute priſmatis radios inæqualiter refringentis, & colores iterum commiſcentur ope lentis, aut alio quovis modo præmonſtrato, quod inquam rurſus componunt albedinem: neque hoc ſolum exinde confirmatur, quod lux e coloribus compoſita primigeniæ luci perſimilis ſit, ſed etiam ex eo, quod radii penitus differunt refrangibilitate, & conceptus non eſt durior, quod differunt coloribus; imo eidem refrangibilitatis gradui color idem perpetuo

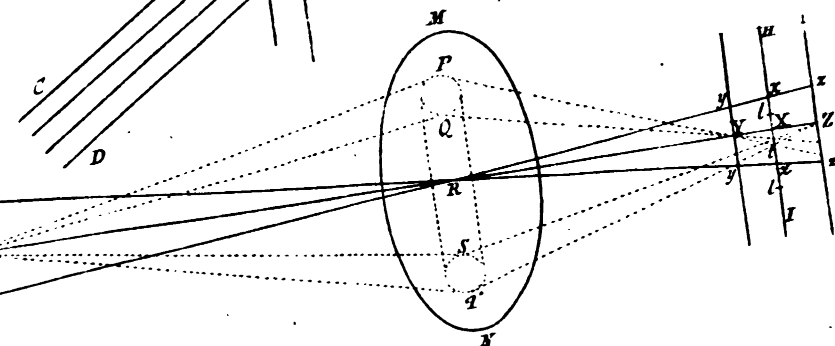
Tab. III

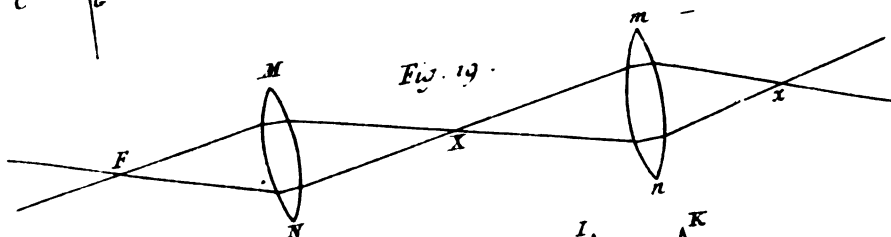












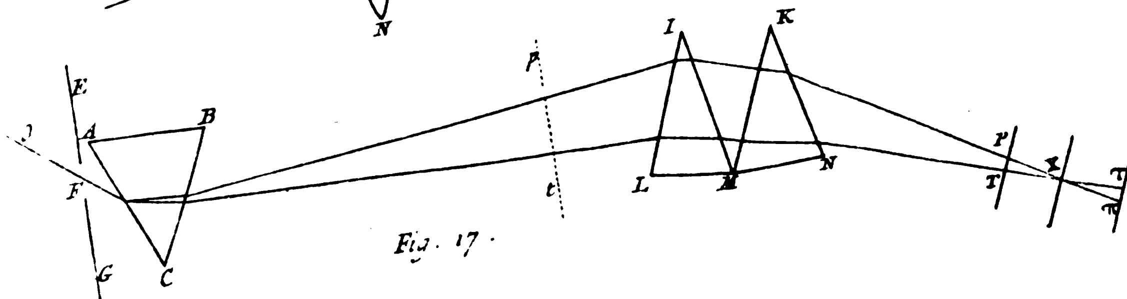


Fig. 17.

petuo competat, (ut purpureus maxime refrangibilibus, rubeus minime refrangibilibus, & sic porro;) quid aliud ab istâ cognatione innuitur, quam quod sint congenita, & fortasse quod a communi quâdam causâ dependent? Sed in hujus rei majorem evidentiam ostendam præterea, quod radiorum solis æqualiter incidentium quædam genera reflecti possunt, dum alia per reflectentem superficiem trajiciuntur; adeoque diversos colores diversis radiis ante omnem refractionem inesse. Sit A B C (fig. 20.) prisma, quod excipit radios in obscurum cubiculum per foramen F uno digito latum trajectos, eosque refringit ad papyrum vel parietem H I iis obsistentem apud T: porro autem, cum superficies prismatis B C non omnes refringat radios versus T, sed & plurimos reflectat, eos apud P siste etiam cum aliâ papyro K L, in morem albæ imaginis foramini F persimili terminante. Deinde converte prisma circa axem ejus secundum ordinem literarum A B C A, & videbis tum amplitudinem colorum ad T, tum quantitatem lucis ad P augeri perpetuo; donec tandem, cum refractio ad planum B C fit maxime obliqua, colores ad T incipient evanescere, & reflecti ad P; purpureus primo, deinde cæruleus, viridis & flavus, & denique ruber, cujus quidem lucis accessu imago P fiet multo lucidior quam antea. Interea vero dum colores ad T gradatim evanescunt, videbis albedinem ad P paululum mutari & nonnihil vergere ad cæruleum, per accessum nempe purpurei &

cærulei, qui primo reflectuntur; id quod nullo modo accidisse potuisset, nisi radiis, prout a sole veniunt, discrimen inesse concedatur: scilicet quod ex iis quidam ad efficiendos rubeum & flavum dispositi, pertinacius & cum minore refractione penetrant superficiem B C & versus T perlabuntur; dum alii ad exhibendum purpureum & cæruleum parati, superficiem dictam aut penetrant languidius, majores refractiones patientes; aut, si nequeant penetrare propter nimiam eorum obliquitatem, tum facilius & citius reflectuntur ad P, iis primo omnium reflexis, quorum potentia ad istam superficiem penetrandam sit minima, id est purpuriformibus & cæteris deinde suo ordine, prout incidentia sit magis obliqua, donec rubriformes ultimo reflectantur obliquitate tantâ & debilitate, ut non sint amplius potentes dictæ superficiei resistentiam superare. Atque hæc facile constabunt iis, qui norunt, quod quo major est vis refractiva superficiei cujusvis, eo citius & ad minorem obliquitatem radii reflectuntur; & quo minor, eo magis obliqui penetrabunt.

De hoc autem experimento convenit observare, primo quod, cum prædicta variatio albedinis ad P sit admodum parva propter exuberantiam lucis albæ collatæ ad reflexum cæruleum, itaque cavendum est, ne prismate utaris, quod ex vitro conflatur tincto cum colore aliquo, ne lucem ad P reflexam ita tingat, ut difficile sit dictam variationem observare;

præstat

præſtat adhibere priſma ex laminis vitreis tenuibus & perpolitis confectum, & aquâ limpidiſſimâ repletum.

SECUNDO, licet mutatio dicta ſit parva, tamen ſatis eſt ad oſtendendum, quod radii retinent eoſdem colores cum reflectuntur, quos exhibent, cum trajiciuntur per ſuperficiem B C; ſiquidem tingunt albedinem P colore ſuo, quantum liceat tam parvis tingere colores: itaque ſuos habuêre prius, & eoſdem retinent, ſive refringantur, ſive reflectantur, licet in mixturis plerumque celati lateant; donec eruantur (non autem fiunt) virtute priſmatum.

TERTIO, ex luce, ad priorem ſpeciem albedinis per reflexionem omnium colorum à T reſtitutâ, quid aliud denotatur, quam albedinem iſtam per miſturam omnium colorum reproduci? Scilicet, cum rubor ultimo reflexus admiſcetur cæteris coloribus antea reflexis, reflexorum colorum miſtura tunc perfecta eſt ad albedinem componendam, quæ ſuperadditur albedini prius exiſtenti in P.

QUARTO, ne qua oriatur ſuſpicio, quod refractiones in ſuperficiebus A C & A B, ad ingreſſum radiorum in priſma & egreſſum factæ, poſſint aliquid conducere ad effectus hoſce producendos, obſervare licet, quod effectus iidem producuntur, cujuſcunque licet magnitudinis ſtatuatur angulus A B C, ſi ponatur ejuſdem eſſe magnitudinis atque angulus A C B;

alias enim pro imagine albâ ad P generabuntur colores. Experimentum itaque nullatenus dependet a refractionibus superficierum A C & A B; imo possis efficere, quod, cum colores partim reflectuntur ad P, partim trajiciuntur ad T, radii perpendiculariter incidant in A C, emergantque ex A B, & sic neutrâ superficie refringatur, modo statuas angulum A B C ut & A C B esse grad. 40. circiter, & iidem effectus producentur.

Cæterum in majorem evidentiam & explicationem modi, quo prædicta fiunt, liceat experiri per lucem in colores discretam, quod purpureus primo, & cæteri deinde (quisque suo ordine) reflectuntur. Etenim (in fig. 21.) sint A B C & *a b c* duo prismata parallela, quorum alterum A B C projiciat colores in alterum *a b c* ad distantiam duodecim vel plurium pedum. Tum prismate *a b c* circa axem ejus secundum ordinem literarum *a b c a* converso, donec tanta sit obliquitas radiorum in superficiem *b c* incidentium, ut incipiant ad *p* reflecti, non amplius potentes penetrare ad *t*. Videbis omnes purpuriformes primo omnium reflecti, cæterosque deinde suo ordine.

Veruntamen quia purpuriformes radii paulo magis refringantur in primo prismate A B C, & ideo magis inclinentur ad superficiem *b c* secundi prismatis *a b c* quam cæteri; poterit objici, quod eâ de causâ

primo

primo omnium reflectuntur. Quamobrem (in fig. 22.) duo prismata statuantur non parallela sibi invicem sed in situ transverso, ut omnicolores radii quasi ad eosdem angulos incidant in præfatam superficiem *b c*; quo posito possis observare, convertendo prisma *a b c* circa axem ejus secundum ordinem literarum *a b c a*, quod radii purpuriformes primo omnium reflectuntur, & ultimo rubriformes, coloribus ad *p* continuo translatis, prout a *t* disspareant.

Sunt & alii præterea modi, quibus experiri liceat, quod ex radiis similiter incidentibus quædam genera penitus reflecti possunt, dum alia partim transmittantur. Quemadmodum si E F G (fig. 23.) sit operculum fenestræ ad F terebratum, & foras statuatur prisma A B C, quod lucem solis foramen F ingressuram intercipiat, & refringat versus *f*. Ad illud *f*, pedibus ab F duodecim aut longius, postpositum statuatur opacum corpus *e f g*, quod lucem sistat, dempto parvo foramine *f* per quod aliqua pars lucis, nempe violacea, longius trajiciatur ad *y*. Istud autem *f* non sit semisse digiti latius. Deinde præ manibus sumatur aliud prisma *a b c*, & ad radios transverse positum statuatur, a posticâ parte foraminis *f*, circaque axem ejus convertatur, donec videas lucem violaceam, postquam ab ejus basi *b c* obliquissime refracta fuerit versus *t*, totam a *t* disparuisse modo, & ad *p* reflecti. Luce violaceâ tam oblique ad *p* reflexâ ut ad *t* statim pervasura esset, modo

modo ex angulari motu prismatis secundum ordinem literarum *abca* facto, angulus *cyf* vel minimum augeretur, prisma istud *abc* in eo statu figatur: tum alterum prisma ABC motu circa axem ejus nunc hàc nunc illàc parum convertatur, ut colores, quos projicit in obstaculum *eg*, paululum attollantur, eoque pacto omnes successive transmittantur per foramen *f* in posterius prisma *abc*, & videbis, quod, cum flavedo transmittitur ad *y*, illi radii non omnes ad *p* reflectentur, sed plurimi perrumpent superficiem *bc* & ad *t* pertingent, ut ex copiâ perrumpentis lucis & minori ejus refractione constet. Neque mirum videatur, quod purpuriformes radii sint minus potentes penetrare superficiem *bc* quam rubriformes; quandoquidem prismatibus eodem modo dispositis antehàc ostendi, quod majorem refractionem patientur, posito scilicet angulo *cyf* tanto, ut omnigeni radii possint superficiem *bc* penetrare. Jam, cum radii, qui citius & facilius reflectuntur in experimento ad fig. 20. tradito, nempe purpuriformes, etiam citius & facilius reflectantur in experimentis duobus novissime recitatis; cum eadem iisdem radiis semper eveniant, liquet quod hoc fit non ex contingentiâ sed ex prædispositione radiorum; & quod antecedenter ad omnem reflectionem aut refractionem, quidam ad exhibendos quosdam colores sunt apti & facilius reflexibiles, alii vero aliis coloribus & progrediendi viribus afficiuntur. Neque aliud experimentis jam recitatis discrimen inter-

intereſſe videtur, quam quod in primo radii omnium formarum, prout a ſole adveniunt, confuſe mixti incidant in priſma, quod rubriformes tranſmittit & reflectit cæruliformes. In reliquis autem duobus experimentis, diſſimiles radii prius diſcernuntur ab invicem, quam incidant in dictum priſma.

Ad hæc lubet alium adducere modum, quo diſſimilitudo radiorum in luce ſolis mixtorum innoteſcat, non multo diſſimilem ei ad fig. 20. oſtenſo, ſed conſpectui jucundiorem & æque ſcientificum. In fig. 24. ſunto A *a* B *c* C & B *b* D *d* C duo priſmata ita juxta ſe poſita & colligata, ut duo ex eorum planis C B B conveniant ſibi & coincidant; excepto tantum quod nonnihil aeris in morem tenuiſſimæ laminæ intercedat iis; id quod eveniet ultro, ſiquidem haud queas priſmata tam arcte conſtringere, quin tantum intercedet aeris, quantum propoſito ſufficiet. Porro in majorem rei evidentiam convenit, ut anguli A C B & C B D ſint æquales proxime, eo ut plana A *a* C & B *b* *d* D fiant parallela, licet hoc non ſit omnino neceſſarium. His præmiſſis ſtatuantur dicta priſmata juxta foramen F, ut lux ingreſſa per ea trajiciatur verſus ך, primo permeans ſuperficiem A *a* C, deinde intermediam ſuperficiem B *b* C, & inde per B *b* *d* D prolapſa in papyrum ad ך collocatam quam albedine tingit, tanquam ſi non omnino tranſiret priſmata, ſed vitrum parallelis planis A *a* C & B *b* *d* D terminatum. Præterea, cum intermedia ſuper-

ſuperficies B *b* C lucem ei incidentem non omnem tranſmittat ad ז, ſed multum reflectat, quæ aliquo exibit e priſmate A B C per ſuperficiem ejus A *a* B *b*, puta verſus ϖ. Ad illud ϖ ſtatuatur alia papyrus, quæ lucem hanc ſimiliter albicantem terminet; quod ubi feceris, converte priſma quadrangulare (ex duobus triangularibus colligatis confectum) motu lento circa axem ejus ſecundum ordinem literarum A B D C A, tandemque videbis, quod albedo ad ϖ ac ז degenerabit in colores, flavedine primò, deinde rubedine ad ז conſpectâ, cæruleo autem colore ad ϖ, donec poſt intentiſſimam rubedinem ad ז, color & lux omnis evaneſcat inde, & cæruleus ad ϖ iterum tranformetur in albedinem aliquanto lucidiorem quam antea. Utpote dum priſmata circa communem axem, ut dictum eſt, convertantur, radiorum in mediam ſuperficiem B *b* C (hoc eſt in laminam aëris priſmatibus interjectam) prolapſorum incidentia continuo fit obliquior, donec tanta ſit eorum obliquitas, ut nequeant amplius penetrare dictam laminam, progredique ad ז, ſed abinde reflectantur ad ϖ: quod accidet, cum angulus F *e* C (obliquitas incidentium) ſit graduum fere quinquaginta. Radii autem purpuriformes minime omnium potentes penetrare dictam laminam aeream, reflectentur primo, & albedinem prius reflexam ad ϖ nonnihil tingent eorum colore, dum ex radiis præterlabentibus ad ז flavedo imperfecta, aut potius color inter flavum & viridem mediocris componitur.

Poſtea

Postea cæruleus & viridis deinde reflexus paulo magis tinget lucem in ϖ cum colore cæruleo (licet admodum diluto propter exuberantiam albedinis commixtæ) manebitque ruber in ד, qui mox per flavedinis hactenus commixtæ reflectionem fiet intensior, donec ipse etiam denuo reflexus albedinem in ϖ redintegret.

CÆTERUM ut hoc specimen evadat illustratius, sumatur aliud prisma G H I, quod a posticâ parte prismatum A B C D ita collocetur, ut lucem *o e* ד per ea transmissam refringat versus P T, & in colores permutet; violaceo in P, rubeo in T, cæterisque in intermedia loca projectis. Tum prismata colligata circa communem axem (ut prius) rotentur, donec lux alba versus ד transmissa incipiat flavescere, & videbis, quod color purpureus in P simul evanescet. Id quod arguit purpuriformes radios non amplius ad prisma G H I pertingere, sed a superficie C B *b* primo omnium ad ϖ reflecti; & lucem *e* ד ideo flavescere, quod purpura e misturâ tollitur, quâ prius albedinem exhibuit. Ad eundem modum, si prismata A B C D diutius rotentur, videbis aliquos colores ad ϖ & ad ד successive disparere, prout lux *e* ד plusquam rubescit; & cum fit ruberrima, tum solam rubedinem in ד manere: quod manifesto convincit hanc lucem *e* ד abinde rubescere, quod a radiis aliorum colorum per superficiem C B *b* reflexis secernitur.

Simili ratione, si cum prismate quarto K L M refringas radios ad *v* reflexos, & colores eo pacto productos & in album parietem projectos duodecim pedes aut longius distantem animadvertas, videbis, quod, cum lux *e* ν incipit viridè flavescere, purpura *p*, quam prisma hoc elicit e luce *e* τ, plusquam cæteri colores augebitur, per accessum nempe purpuræ, quæ tum in P disparuit; cæterisque deinde coloribus in *p t* gradatim fiet accessus prout a P T disparent, donec cum omnis color a P T disparuit, colores ad *p t* non amplius augeantur; hoc autem discrimine, quod violaceus & cæruleus ad *p t* augmentum suum omne paulo citius obtinent quam rubeus aut *flavus*, sed hoc tam exile est, ut observator, nisi sit attentus, ægre advertat.

Ut istis denique finem imponamus, lubet alium adducere modum, quo quædam genera radiorum, luce solis intermistâ, partim transmitti possint, cum alia reflectuntur. Nempe si duas laminas vitreas C B (fig. 25.) plane perpolitas & ad invicem applicatas secundum planitiem eorum connectas, easque vasi R Q aquæ pleno immergas, extremitate superficierum juxta positarum undique cerâ vel pice prius obturatâ, ut aqua non interrepat & expellat aerem, qui more laminæ tenuissimæ, ut dictum est, interjacebit vitris; si hæc inquam fiant, possis efficere dictorum vitrorum talem esse situm, ut (illucente sole) aer interjectus cæruliformes radios reflectat, versus *p*, & trans-

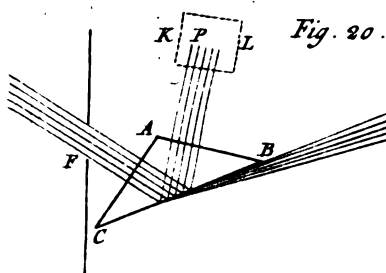
& transmittat rubriformes versus *t*, atque alias omnes apparentias modo recensitas exhibeat.

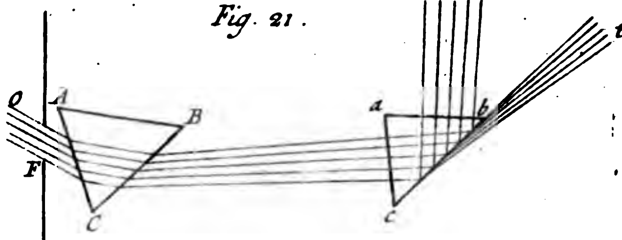
CÆTERUM de hisce modis experiendi notandum venit, primo, quod colores hic producuntur a parallelis superficiebus, quarum aliquæ recurvant radios, quantum aliæ incurvant; atque adeo quæ mutuos effectus destruerent, si quos in immutandis intrinsecis dispositionibus radiorum quoad eorum colores, ut opinantur philosophi, producerent. Deinde quod lux postquam per istas superficies trajiciatur, licet alba sit, manifesto tamen constet ex heterogeneis radiis; quandoquidem eorum aliqua genera penitus reflecti possunt ad *p*, dum alia ad *t* partim trajiciantur. Et eàdem ratione constat reflexam albedinem similiter compositam esse, siquidem (ut dixi) redintegrata est, cum rubor omnium ultimus reflectitur a *t*; & hæc ex eo etiamnum summe confirmantur, quod a solâ vitrorum obliquitate sine aliquâ refractionis vel reflectionis novâ modificatione efficiuntur.

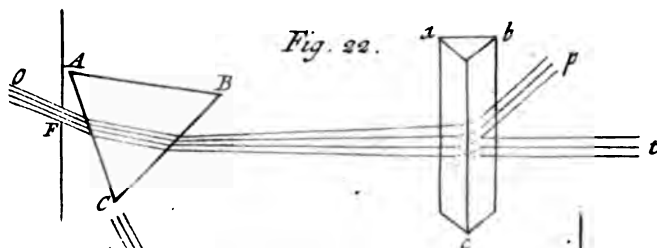
LUX itaque, quamvis uniformis esset, quæ a sole immediate profluit, postquam tamen unquam rereflexa vel refracta fuit, constat ex heterogeneis radiis. Et ejusmodi est ea lux omnis, quæ per vitreas fenestras trajicitur, vel quam planetæ, nubes, &c. ad nos reflectunt. Imo lux omnis a sole aut lucernis quibusvis derivata, siquidem aliqualem saltem

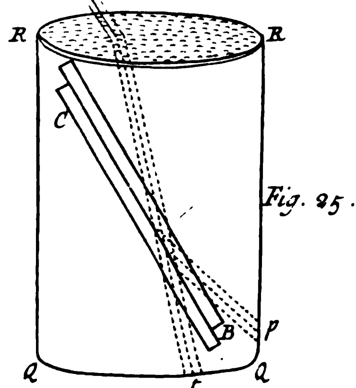
refractionem ab atmosphærâ (ut dicunt Astronomi) patitur; ut taceam, quæ in objectis, denuoque in oculi tunicis, ante visionis actionem impressam, fiunt. Jam, si nihil aliud ostenderam, fuisset aliquod prodiisse tenus; siquidem omnia visibilium phænomena nobis per ejusmodi lucem exhibentur. Atqui, cum solis lux immediate albere censeatur, & ille color non sit ex primitivis, sed per misturam generari ostendatur; &, cum nullum inter lucem originalem & illam, quæ a diversicoloribus radiis componitur sensibile discrimen intercedat, haud dubitandum est, quin utraq; sit ejusdem naturæ. Imo vero certissimum est, siquidem (*in prop.* 2.) *ostenditur*, quod inhærentes dispositiones vel formæ radiorum, quibus apti sunt ad proprios colores exhibendos, nec destrui possunt, nec nullo modo vi secundariæ refractionis mutari. Et par est ratio de refractione primariâ. Concludendum est itaque, quod istæ dispositiones sunt insitæ radiis ab eorum origine, quamvis proprios colores, antequam heterogenei ab invicem virtute refractionis secernantur, exhibere nequeant.

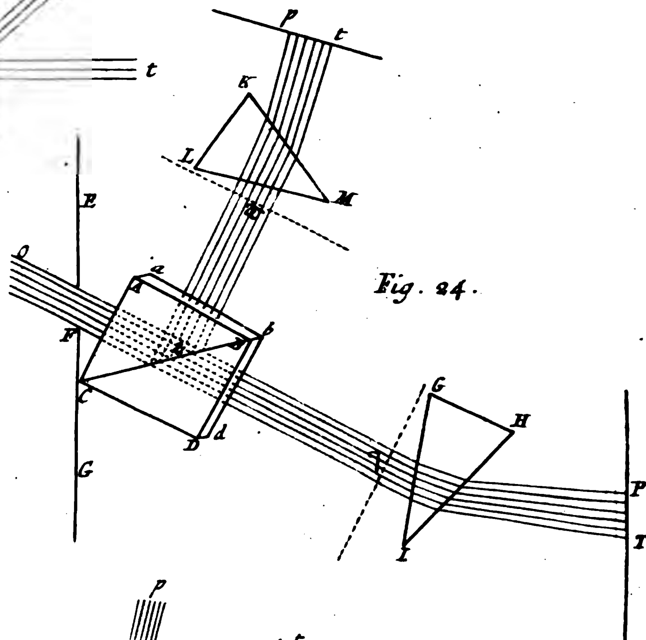
CÆTERUM de eo quod dixi lucis colorem album esse, & tamen sol aliquantulum flavescere videtur, notandum est, quod cæruliformes radii ab atmosphærâ præ cæteris conturbantur (ut cæruleus ejus color innuit) & inde quod e directis solaribus radiis flaviformes prævalere solent, & efficere, ut sol flavescat,

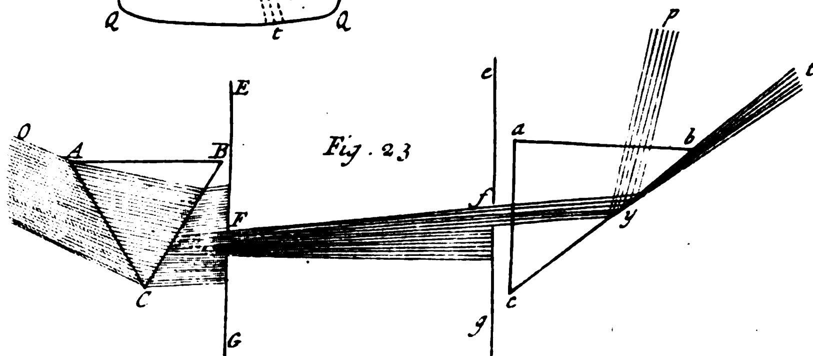

Fig. 20.
K
P
L
H
T
I
A
B
F
C


Fig. 21.
p
t
O
A
B
a
b
F
C
c


Fig. 22.
a
b
p
O
A
B
F
t
C
c


R
R
C
Fig. 25.
B
p
Q
t
Q


p
t
K
L
M
E
O
a
Fig. 24.
F
C
D
d
G
G
H
P
T
I


p
t
e
E
O
A
B
a
b
Fig. 23
F
f
y
C
c
G
g

vescat, qui secus fortasse appareret albus. Et ad hunc effectum atmosphæra, circa solem forte conglobata, potest etiam conducere. At non eo inficias, quin aliquod radiorum genus in originali luce sæpissime redundet, quandoquidem flammarum & syderum diversi sunt colores.

De lucis & albedinis compositione hæc satis. Quod autem nigredo ex omnibus coloribus similiter composita sit, & in solo lucis defectu ab albedine differat, ex eo manifestum est, quod nigrorum, in radiis solaribus intra cubiculum (alias obtenebratum) intromissis positorum, termini omnigenis coloribus tincti apparent, si prismate juxta oculum interposito inspiciantur; quod singulos prismatis colores seorsim incidentes pari intentione reflectant, idque longe debiliori quam alba corpora; & quod alba defectu lucis nigrescere videntur, ita ut corpus (quod revera albus est) in debiliori luce nigrius apparere possit.

Denique de cinereis cæterisque non primitivis coloribus propositio manifesta est; siquidem cinereos ex albo & nigro, cæterosque omnes ex rubro, flavo, & cæruleo componere norunt pictores.

PROP.

PROP. IV.

Primitivi colores per compositionem colorum sibimet utrinque confinium exhiberi possunt.

Hoc variis modis (perinde ut in albedinis compositione, sistendo aliquos e coloribus antequam compositionem ingrediantur) tentari potest; & ipse aliquos expertus sum, quibus constitit luteum a croceo & subflavo, porraceum a subflavo & thalassino (vel etiam minus perfecte a luteo & cyaneo) & cyaneum a thalassino & indico, aliosque omnes colores a coloribus hinc & illinc conterminis componi posse. Quinetiam indicus cum rubei extremitate contemperatus purpurascebat, & minius cum extremâ purpurâ paululum consparsus coccineus evasit; tanquam si inter colorum extremitates intercederet affinitas, qualis est in sonis inter octavæ terminos.

Iidem colores a coloratis pulveribus componi possunt, sed minus perfecte ut opinor, propterea quod ipsi componentes ex aliis coloribus (quorum aliqui sunt dissimiliores) componuntur.

Cæterum, ne nimius hic sim, breviter dicam, quo pacto prismatici colores in hos effectus producendos optime misceri possunt. Nempe prisma

GDE

GDE (fig. 26.) ex pellucidiffimis & perpolitis lamellis vitreis in vafculum aquæ plenum coaptatis efficiatur, quo radiorum, in colores per divergentiam difcretorum, duo quælibet genera, juxta diverfos angulos D & E fat acutos & æquales tranfmiffa, ad invicem verfus H cogantur.

PROP. V.

Corporum naturalium colores e genere radiorum derivantur, quos maxime reflectunt.

Hoc e præmonftratis tantâ neceffitate & evidentiâ confequitur, ut fupervacaneum effe videatur me aliquid de induftriâ hic in probationem ejus moliri. Utpote cum oftenfum fit, quod nullius generis uniformium radiorum color per reflectionem a corpore phyfico mutari poffit, fed unumquodque colore radiorum tinctum appareret quibufcum illuminatur: Si corpus cujufcunque fubdialis coloris a folis rubriformibus radiis in tenebrofo cubiculo illuminetur, rubefcit; fi flaviformibus illuminetur, flavefcit; fi viridiformibus, virefcit; & fic præterea.

Sed in hujus rei majorem evidentiam obfervandum eft infuper, quod unumquodque corpus proprium colorem præ cæteris feorfim incidentibus copiofe reflectit. Sic cinnabaris in luce rubeâ maxime refplendet, in viridi minus, & adhuc minus in cæru-

leâ.

leâ. Sic indicum in violaceâ & cæruleâ luce maxime resplendet, & splendor ejus gradatim deminuitur, prout in rubeam lucem per gradus intermedios continuo transfertur. Sic porrus lucem viridem plusquam rubeam aut purpuream reflectere conspicitur, & sic in aliis. Et quo corpora sub dio sunt intensiorum & magis specificorum colorum, eo minus in alienâ luce resplendent.

Quamobrem, ut hæc facilius & magis cum evidentiâ pertentes, corpora seligere oportet intensis coloribus, & quam poteris maxime simplicibus coloribus prædita; id quod cognosces, si, prismate adhibito, seligas, quæ ad extremitates, nigredini conterminas, distinctiora apparent & minus variegata. Præterea colores prismatum, quos in hæc corpora projicis, debent esse ab invicem per plures refractiones optime discreti. Nam, si colores per unici tantum prismatis, juxta lucis ingressum positi, refractionem secernantur, non color lucis incidentis, sed alius quidem, inter corporis in aprico conspecti & lucis hujus incidentis colorem intermedius generabitur. Quemadmodum, si hujusmodi lux flava in cæruleum incidat, corpus illud non flavescet sed virebit potius, propterea quod plures e viridiformibus radiis, in hâc flavâ luce latitantibus, quam e flaviformibus reflectere aptum sit; & sic rubeum corpus in viridi luce flavescere potest, & in cæruleâ luce virescere, si modo lux illa ab aliis commistis coloribus non bene purgetur.

purgetur. Et ob hanc causam summe cavendum est in faciendis hisce experimentis, ut cubiculum fiat obscurissimum, ne lux erratica cum prismatico colore commisceatur.

Deinde, quo coloris cujusvis, a corporibus sub dio diverse coloratis reflexi, quantitas innotescat melius, corpora illa in eâdem lucis quàlibet specie juxta posita confer, & videbis unumquodque in luce proprii coloris præ cæteris resplendere. Sic indicum in cæruleâ vel purpureâ luce plusquam cinnabaris resplendet, & minius in rubeâ. Aut si forte (propter alterutrius coloris imperfectionem & obscuritatem) ambo æqualiter in luce violaceâ resplendere contingat, tum in rubeâ luce cinnabaris fiet longe illustrior aut contra longe debilior in luce violaceâ, si æqualiter resplendeant in rubeâ. Cinnabaris itaque plures e rubriformibus quam aliis quibuslibet radiis reflectit, & proinde rubet. Indicum vero plures e cæruliformibus & purpuriformibus reflectit, & proinde fit intermedii coloris. Et ad eundem modum si in albis corporibus fiat experimentum, constabit, quod omnigenos reflectant æqualiter, & sic in aliis.

Antequam huic de coloribus physicorum corporum propositioni finem impono, placet annotare de quibusdam apparentiis quantâ necessitate consequuntur e nostris principiis, quæ aliis miræ viderentur

 tur

tur & explicatu difficillimæ. Et imprimis, quia corpora evadunt colorata reflectendo quædam genera radiorum & intromittendo cætera, si aliquatenus transpareant; concludendum esse videtur, quod colores transmittantur, qui minime reflectuntur, & inde alius sit eorum color cum transpiciuntur, atque alius cum cernantur luce reflexâ. Et hoc quam bene convenit cum experientiâ videre est in libro Boylei de coloribus. Silicet infusio ligni nephretici, quando diversâ luce transpicitur, rubea vel flava appareat, & cærulea cum cernitur ad plagas lucis incidentis. E contra vero aurum foliatum apparet flavum & transparet *cæruleum. Sic vitri* fragmenta per totam profunditatem colorata, qualia in antiquis templorum fenestris reperiuntur, varios plerumque colores pro positione spectatoris exhibent. Et crassiorum laminarum vitri pellucidissimi (qualia ad fabricanda telescopia adhibentur) cum adversas oras aspexi, cæruleum vidi reflexum, & flavum transmissum cum perspexi: Cæruleus autem maxime apparuit, cum illustrabatur jubare in obscuratum cubiculum immisso, & a lente concavâ distracto ne nimiâ luce color perfunderetur. Neque ullus dubito, quin plurima existant hujus rei exempla, si quis operæ pretium duxerit in variis liquoribus, aliisque corporibus transparenter coloratis, examen instituere, interea cavendo, ne lux e pluribus plagis simul incidat.

Quod

Quod autem isthoc non semper eveniat, (quemadmodum in eâdem infusione ligni nephritici, cum cæruleus color salibus acidis destruitur, & in aliis plerisque, quæ undique sunt ejusdem coloris,) ratio est, quod corporibus non solum insit potestas reflectendi vel transmittendi radios, sed etiam suffocandi & in se terminandi. Sic aliqua obstruunt & retinent omnigenos radios, eoque pacto fiunt undique nigra; alia reflectunt quosdam cæterosque supprimunt, ut opaca colorata; alia quosdam supprimunt, cæterosque partim reflectunt & partim transmittunt, ut transparenter colorata, quæ circumcirca ejusdem sunt coloris; & alia quosdam reflectunt cæterosque transmittunt, ut in exemplis jam allatis constitit. Atque ita præterea.

Porro, quod liquoris colorati varia crassities aliquando speciem coloris variare potest, cum nostris principiis quam optime consentit. Sic infusio ligni nephritici pro variâ ejus crassitie, vel flavum vel rubeum colorem referre potest. Cujus rei rationem ut intelligas, concipe, quod liquor ille sit aptissimus ad reflectendum purpuriformes & cæruliformes radios, ineptissimus ad reflectendum rubriformes & mediocriter aptus ad reflectendum mediocres; & (in fig. 27.) posito A B C vitro coniformi hujus infusionis pleno, sit F I crassities ejus, cum aureo colore splendentis, E H major crassities, ubi sit intensioris & sub-

obscuri ruboris. Et, cum cæruliformes & purpuriformes radii citissime reflectantur, ut ex eo patet, quod unius guttulæ crassities ad eos colores reflectendos & spectantibus exhibendos sufficit: Ex illis paucissimi penetrabunt ad profunditatem T I, sed plurimi viridiformes & adhuc plures flaviformes una cum rubriformibus trajicientur, ex quâ misturâ fiet iste color aureus. At per profunditatem E H pauci e flaviformibus transibunt & pauciores e viridiformibus, ac soli fere rubriformes ad usque profunditatem D G pervadere valebunt; quinimo ex istis etiam complures in itinere reflectentur, & inde rubor trajectus subobscurus evadet.

Ad eundem fere modum, cum lux per plura corpora diversis coloribus pellucide tincta trajicitur, color ille ex adverso videbitur, qui facillime pertransit omnia, Quod si nullus potest omnia pertransire, utcunque seorsim pellucida existunt, conjunctim tamen evadent maxime opaca. Quemadmodum, si lamina A B transmittat solos rubriformes, & C D solos cæruliformes, cum juxta ponuntur, transmittent nullos. Cujus quidem rei exemplum habes in Micrographiâ Mri. Hookii de cæruleo & rubeo liquore, qui seorsim apparuêre, & conjunctim fuêre opaci.

Denique huc referri potest, quod, cum aliquis e coloribus prismaticis per corpus transparenter colora-

loratum trajicitur, intermedius color emergit. Sic viriditate v. g. in vitrum transparenter rubeum incidente, flaviformes radii, qui in illâ viriditate commisti latent, præ cæteris vitrum fortasse pervadent, efficientque, ut lux emergens flavescat.

SED videor officii limites excessisse, in campum physicum nimis expatiatus. Visum quidem fuerit hæc attigisse, ut universa rerum consensio pateret; sed sisto gradum ac tandem coronidis loco instrumentum quoddam haud inelegans describam, quo præfata omnia summâ cum evidentiâ tentari possunt.

Sit A B C *a b c* (fig. 28.) prisma, quod radios, per foramen F in obscurum cubiculum transmissos, refringat versus lentem M N, ut colores, quos efficit in *p q r s t* per lentem deinde tranjiciantur ad X, & ibidem commisceantur in albedinem componendam, sicut in præcedentibus ostendi. Deinde aliud prisma D E G *g e d* priori parallelum ad locum X, ubi albedo redintegrata est, statuatur, quod lucem versus Y refringat. Hujus autem prismatis verticalis angulus G *g* sit æqualis angulo verticali C *c* prismatis anterioris, aut eo forte minor, & similiter positus, ut incidentes radios in parallelismum reducat, quos prisma anterius dispersit.

HIS positis, observabis an lux Y (pedes aliquot distans trajecta) æque alba maneat ac fuerit in X,

vel

vel ſenſim abeat in colores. Si penitus appareat alba, tunc priſmata cum lente recte diſpoſuiſti, ſin aliqui colores ad Y cernantur, priſma D E G circa ſuum axem eo modo parum converti debet, ut colores minuantur, &, cum penitus evanuêre & lux in totum albeſcit, ſiſte priſma. Quod ſi nequeas hoc modo efficere, quin lux inter tranſeundum ab X ad Y ex aliquâ ſuâ parte tranſmigret in colores, lentem M N paulo longius a priſmate A B C transfer, & loco X rurſus invento, ubi colores in albedinem accuratiſſime convergunt, in eo ſtatue priſma D E F ut prius, & rurſus experire, an poſſis lucem ſine coloribus ad Y projicere; & cum eo uſque mutaveris poſitiones priſmatum & lentis, dum effeceris lucem ad Y trajectam, quam minime poſſis coloratam, priſmata cum lente in eo ſitu figantur, idque vel ope trabis, ut in ſchemate deſcribitur, vel tubi aut inſtrumenti cujuſvis in eum finem fabricati.

Cum habeas hanc machinam e priſmatibus & lente, ut dictum eſt, fabricatam, ope lucis per eam tranſmiſſæ cuncta poſſis experiri, quæ hactenus fuerunt tradita. Hæc enim lux X Y jubari a ſole directo perſimilis eſt, & eaſdem omnes apparentias exhibet, ac ſi a foramine F rectà promanâſſet, nullum omnino refractionem paſſa, adeoque ejuſdem eſſe compoſitionis facile credamus. Et tamen, cum in ſua principia componentia, hoc eſt in radios diverſorum generum, apud lentem M N diſcreta fuerit, facile

facile erit modos examini subjicere, quibus posthac in colores converti potest, idque tantum sistendo hoc vel illud radiorum genus apud M N, ut constitutio lucis X Y quoad ejus conversionem in colores pateat.

Quemadmodum, si desideretur, ut sensui planissime pateat, quod prisma convertit lucem in colores, non transmutando proprietates ejus intrinsecas, sed segregando tantum radios, ad excitandum varia colorum phantasmata dispositos, ex quibus lux omnis albens constituitur. Nihil aliud agendum est, quam ut prisma aliquod H I K ita statuatur, ut lucem X Y excipiat, & refringendo transmutet in colores P, Q, R, S, T in papyrum aliquam procidentes. Deinde, si colorem quemlibet apud lentem M N interposito obstaculo sistat, videbis eundem colorem a papyro L V deficere. Sic purpuram *p* obstruendo, disparebit purpura P, cæteris coloribus non omnino mutatis; (dempto forte cæruleo, quatenus aliquid purpuræ commixtum habeat.) Sic viridem *r* intercipiendo, viridis R evanescet, & sic de aliis. Atque ita videre est, quod iidem colores apud papyrum L V & apud lentem M N pertinent ad eosdem radios, iisque non communicatur a refractione prismatis H I K, siquidem præexistebant segregati quidem ad lentem M N, & congregati in luce X Y.

Ad eundem modum, si cupias experimenta penitus rimari, quibus aliqua genera radiorum omnino reflecti possint, dum alia (licet similiter incidentia) partim transmittantur; prisma H I K circa axem ejus converte, donec altera pars colorum (violacea nempe & cærulea) postquam obliquissime refracta fuerit versus L V, abinde penitus dispareat versus π deflexa; parte tamen alterâ ad L V pervadente. Deinde, si dimidum colorum rubedinem versus intercipias ad M N, rubor & flavus disparebunt ad L V, & lux ad π reflexa fiet admodum cærulea. Sin alterum purpuram versus *intercipias*, rubor apud L V non mutabitur, sed lux in π (propter ablatum purpureum & cæruleum) flavescet aut rubescet. Id quod indicat purpuriformia & cæruliformia radiorum genera penitus ad π reflecti, dum cætera partim refranguntur ad L V. Præterea, si corpus aliquod coloratum v. g. cinnabaris, hâc luce X Y illuminetur, sub proprio colore perinde apparebit, quasi in luce subdiali constitutum aspiceres. Quod si cæruliformes & viridiformes radios juxta lentem prælapsuros intercipias, rubor ejus intendetur: At cum rubriformes radios intercipis, cinnabaris non amplius rubebit, sed flavedinem aut viriditatem aliumve quemvis colorem, pro specie radiorum, quos prætermittis, induet. Nec secus alia colorum phænomena, quæ prismata ab immediatâ solis luce eliciunt, ope lucis hujus X Y poteris experiri,

riri, & intercipiendo quodvis radiorum genus apud M N, eorum causas intueri.

Si quis autem velit instrumentum, quale jam descripsimus, ad experimenta hujusmodi instituenda conficere, lentem adhibeat latam tres digitos & amplius, quæ radios parallelos ad focum duos pedes circiter distantem congregat, atque ita prismata distabunt octo pedibus, & conficient instrumentum satis magnum, quo omnia strictius examini subjiciantur. Quod ad positionem lentis attinet, si prismatum anguli verticales A C B & D G E sunt æquales, puta 60 vel 70 graduum, ipsa æqualiter ab utrisque distabit. Sin alter angulus sit major altero, lens illi prismati vicinior collocetur, cujus angulus verticalis existit major. Et nota, quod jubar X Y per spatium eo latius diffunditur, quo lens statuitur anteriori prismati vicinior. Atque adeo, siquando opus sit amplo jubare, debes tantum efficere, ut lens sit aliquanto vicinior anteriori prismati quam posteriori, & adhibere prisma posterius, cujus angulus verticalis sit tanto fere minor quam angulus verticalis anterioris. Denique, si velis, ut colores in lentem illam procidentes sint magis directi & ab invicem distracti, quam more jam descripto contingat, eâ nempe de causâ, ut singula radiorum genera pro lubitu distinctius sive magis sejuncta intercipiantur; (id quod in experimentis nonnullis necessarium

duco;) nihil aliud agendum eſt, quam ut lux per duo parva foramina F & *f*, ab invicem longe diſtantia, prius trajiciatur, quam incidat in priſmata: Vel ut alia lens non procul ab interiori priſmate collocetur, quæ apta ſit, ut lucem, a longinquo foramine F divergentem, congregat ad alteram ſubſequentem lentem M N. Cæterum hoc inſtrumentum ſic recte diſponere invenio moleſtiſſimum eſſe, ut & effectus ejus haud ita diſtinctos & ſenſui patentes ac in præcedentibus, ubi per pauciores refractiones & majora vitrorum intervalla oſtendebantur. Et ea propter auditores imprimis illa ſimpliciora & faciliora experimenta examini conſultius ſubjicient.



Sectio

SECTIO SECUNDA.

De variis colorum Phænomenis.

De phænomenis lucis per prisma ad parietem trajecta.



UCUSQUE fundamenta struxi, quibus colorum quocunque modo effectorum phænomena explicari possunt; effectuum vero, quos supra minus attigi, jam causas particulares & immediatas, non geometrarum (quibus scio supervacaneum videatur) sed aliorum gratiâ sigillatim describam. Malo enim hic aliqua, quæ plerisque superflua fortasse videbuntur, interserere, quam quicquam alicujus momenti omittere, quod incautis & prejudicio laborantibus difficultatem subministrare possit.

ET imprimis circa prismatis vulgo notos effectus (quorum causam abunde satis retexi) circumstantiæ nonnullæ supersunt explicandæ: utpote cur primitivi colores non omnes eliciuntur, cum lux (cujus radios ab origine heterogeneos prisma per inæquales

duco;) nihil aliud agendum eſt, quam ut lux per duo parva foramina F & *f*, ab invicem longe diſtantia, prius trajiciatur, quam incidat in priſmata: Vel ut alia lens non procul ab interiori priſmate collocetur, quæ apta ſit, ut lucem, a longinquo foramine F divergentem, congregat ad alteram ſubſequentem lentem M N. Cæterum hoc inſtrumentum ſic recte diſponere invenio moleſtiſſimum eſſe, ut & effectus ejus haud ita diſtinctos & ſenſui patentes ac in præcedentibus, ubi per pauciores refractiones & majora vitrorum intervalla oſtendebantur. Et ea propter auditores imprimis illa ſimpliciora & faciliora experimenta examini conſultius ſubjicient.



Sectio

Sectio Secunda.

De variis colorum Phænomenis.

De phænomenis lucis per prisma ad parietem trajecta.



HUCUSQUE fundamenta ſtruxi, quibus colorum quocunque modo effectorum phænomena explicari poſſunt; effectuum vero, quos ſupra minus attigi, jam cauſas particulares & immediatas, non geometrarum (quibus ſcio ſupervacaneum videatur) ſed aliorum gratiâ ſigillatim deſcribam. Malo enim hic aliqua, quæ pleriſque ſuperflua fortaſſe videbuntur, interſerere, quam quicquam alicujus momenti omittere, quod incautis & prejudicio laborantibus difficultatem ſubminiſtrare poſſit.

Et imprimis circa priſmatis vulgo notos effectus (quorum cauſam abunde ſatis retexi) circumſtantiæ nonnullæ ſuperſunt explicandæ: utpote cur primitivi colores non omnes eliciuntur, cum lux (cujus radios ab origine heterogeneos priſma per inæquales refra-

refractiones dispergit) non transit per angustum foramen, sicut passim in præcedentibus supposui, sed ex unicâ tantum parte limitatur. Verbi gratiâ, si corpus aliquod opacum F G (fig. 29.) soli interponatur & prismati, juxta basem ejus A B, quod umbram projiceat in M P, colores efficiat in spatio P T, & lucem permittat in ipsum N T influere: in P T confinio lucis & umbræ nulli colores generabuntur præter purpureum & cæruleum cum variis eorum gradibus. Et ratio est, quod ex radiis omnium formarum, qui transeunt per extremitatem dicti corporis opaci F G, soli purpuriformes propter maximam eorum refractionem possunt ad P usque deflecti, unde color purpureus ibi conspicitur. Deinde cæruliformes, cum paulo minus refrangibiles existant, incident in totum spatium N Q, non potentes ulterius versus M deflecti quam ad Q. Atque ita duæ radiorum species eæque solæ incident in Q, & colorem ex purpureo & cæruleo compositum exhibebunt. Præterea viridiformes minus adhuc refrangibiles in spatio N R non ultra extendentur quam ad R. Flaviformes autem terminabuntur in S. Quare tres tantum species colorum miscebuntur ad R, & color ex iis omnibus (nempe ex purpureo, cæruleo & viridi) generabitur. At cum purpureus & viridis commixti producant cæruleum (ut facile est ex ante dictis experiri) liquet colorem ad R non fore alium quam cæruleum. Denique, cum radii rubriformes minime omnium refringantur,

tur,

tur, ut in ſpatium N T fiet miſtura colorum omnium, & proinde albeſcet; ſed in ipſo S (ubi color omnis dempto rubeo miſcetur) cæruleus ad viriditatem nonnihil vergens apparebit, ſed maxime dilutus, propterea quod ſolus rubor ex albedinis compoſitione deſit.

Porro, ſi corpus opacum *f g* ſoli interponatur & priſmati juxta verticem ejus C, ſicut videre eſt in ſchemate 30. Inter obſcuratum ſpatium N T & lucidum P M, cernes alios duos colores, rubeum in T & flavum in R, idque propter jam dictas rationes. Quippe radii, prout apti ſunt ad hos ordine colores [rubeum, flavum, viridem, cæruleum & violaceum,] generandos, intenduntur per ſpatia M T, M S, M R, M Q & M P; cum ſoli rubriformes extenduntur uſque ad T, cæteris propter majorem refractionem citius terminatis, neceſſe eſt, ut iſte color in T ſit rubeus. Item, cum tria radiorum genera in R incidant, color ex iſtis (nempe rubeo, flavo & viridi) compoſitus ibidem cernetur. Rubeus autem & viridis flavum conſtituunt, atque adeo flavus apparebit in R. Præterea, cum omnium formarum radii miſceantur in P, & poſtea perpetuo verſus M, ſpatium illud P M apparebit album. Nec ſecus conſtat, quod citreus in S & in Q flavus ad viriditatem vergens apparebit, ſed adeo dilutus tamen & cæruleo redundans, ut nomen viriditatis non mereatur.

Tertio,

Tertio, si opaca duo corpora G F & *g f*, (fig. 31.) soli & prismati interponantur, ut radii inter utrumque quasi per oblongam rimam prismati parallelam transeat, atque distantia F *f* sit satis magna, pro utroque termino F & *f* generabuntur colores; purpureus nempe ad P & cæruleus ad R per terminum F; atque flavus ad *r* & rubeus ad *t* per terminum *f*, sicut modo explicatum fuit: Eritque T *p* spatium album utrisque coloribus interjectum. Jam, si obstacula G F & *g f* ad se invicem paululum admoveantur, ut intermedium spatium F *f* evadat angustius, isto pacto spatium album quoque T *p* fiet angustius, donec tandem evanescat & colores utrinque coeant. Si spatium F *f* magis adhuc coarctetur, viriditas in medio colorum emerget vice albedinis, quæ jam evanuit, quæ quidem viriditas non antea apparuit propter commisturam radiorum heterogeneorum, quibus involuta latuit; jam vero heterogeneis istis per obstacula duo sibi propius admota alterne interceptis, viriditas ea paulatim detegitur, patet & evadit perfectior, donec (cum dictum F *f* satis angustum est) ab omni fere misturâ liberatur & eruitur, propriâque specie non minus quam cæteri colores elucet. Et hinc in transitu colligitur, quod viriditas medietatem exacte obtinet, non magis ad rubeum vergens quam violaceum, neque ad flavum quam cæruleum; hoc est in specie coloris & respectu multitudinis radiorum ad colores utrinque pertinentium. Nam in gradu refrangibilitatis minus

nus differt a parte rubeâ flavâque, & in aliâ quâdam proprietate (cui jam explicandæ non est locus) minus differt a parte purpureâ & cæruleâ.

PRÆTEREA, cum albedo T *p* propter angustiam pervii spatii F *f* incipit evanescere, colores etiam contractiores paulatim apparebunt, ita ut, cum istud F *f* fit valde angustum, flavus ad rubeum & cæruleus ad violaceum quasi duplo vicinior evadat, quam cum amplitudo ejus permisit albedinem in medio colorum produci, & ut quinque colores (viriditate jam internatâ) non occupent plus spatii quam eorum duo prius occupavêre. Cujus rei ratio ex schematum inspectione patebit animadvertenti, quod flavus ad *r* & cæruleus ad R, ex heterogeneis radiis compositus, mutatur in fere uniformem flavum ad loca S & *s* incidentem, & in fere uniformem cæruleum ad loca Q & *q* similiter incidentem, heterogeneis radiis e misturâ per angustiam spatii F *f* magnâ ex parte sublatis.

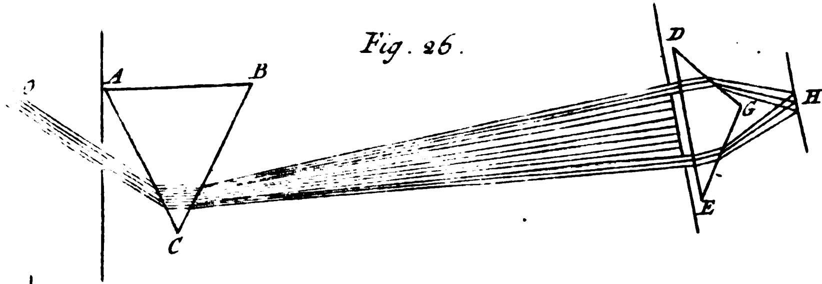
QUARTO, si lux terminetur obstaculo G *g*, cujus extremitas perpendiculariter transversa est ad longitudinem prismatis, colores omnino nulli virtute termini illius generabuntur. Etenim ponamus parallelos radios O F & O *f* cæterosque (fig. 32.) juxta extremitatem dictam G *g* in prisma A B C prolapsos, ibidemque refractos esse ad P T & *p t*, atque M N esse umbram ipsius G *g*. Jam licet radii

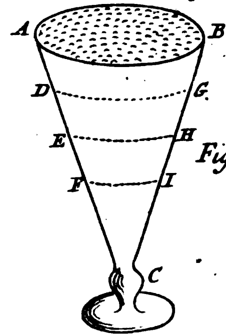
pur-

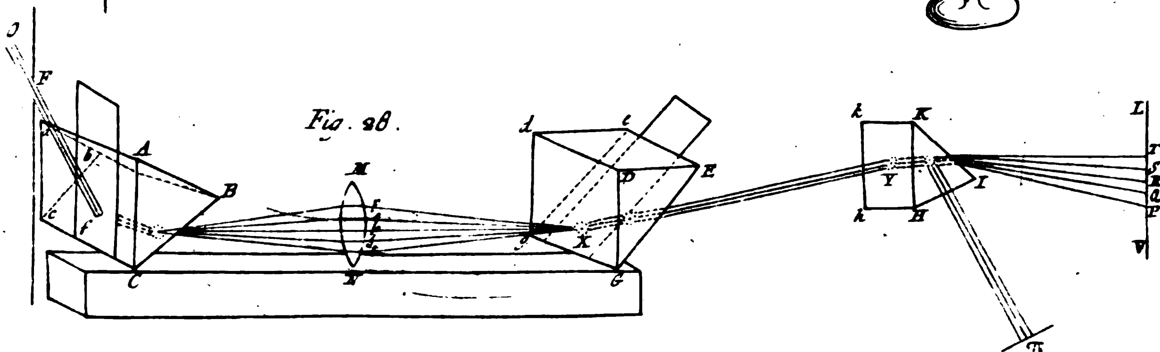
purpuriformes F P & $f p$ magis refringantur quam rubriformis F T & $f t$, tamen iſtâ refractione ſecundum terminum umbræ factâ, ita ut ex dictis radiis multi magis deflectant verſus umbram quam cæteri; palam eſt, quod ubicunque purpuriformes incidunt, rubriformes etiam incident in eundem locum, & e contra. Quod idem de radiis intermediis pari modo concipiatur. Et ſic radiis omnium ſpecierum ubique per extremitatem umbræ commixtis, umbra bene definietur ſine aliquo colore (præter album vel fuſcum ex luce & umbrâ mixtis) conſpecto. Sed cavendum eſt, ne colores, per limites priſmatis *A a* vel *C c* generati, habeantur pro generatis a limite *G g*. Quamobrem priſmata, quæ ex vitro in totum fiunt, ad examen hujus & proxime præcedentis commode inſtituendum, nimis ſunt exigua; propterea quod colores per extremitatem verticis & baſis producti interjectum ſpatium album haud relinquent ſatis amplum, in quo generatio colorum prædictis modis probetur. Itaque, ut priſma conficiatur ex vitris planis & bene politis, qualia ad ſpecula conſpicienda adhibentur, moneo; quibus in morem cunei connexis, & in vaſculum dein priſmiforme completis, ut ſupra dictum, vaſculum iſtud impleatur aquâ limpidiſſimâ & occludatur, & ſic priſmata ad arbitrium ampla conficias.

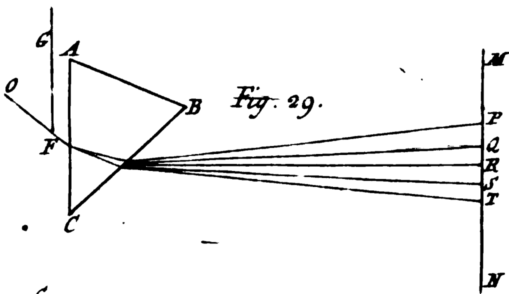
Quinto, ut omnia jam uno comprehendam ſpecimine, ſit G*g* (fig. 33.) corpus opacum orbiculari fora-

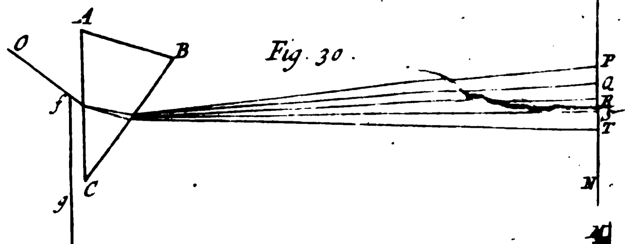
Tab. V.

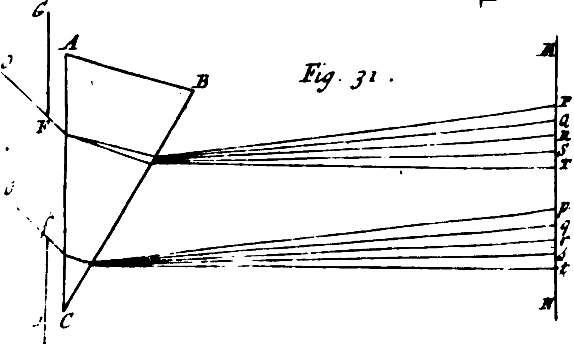

Fig. 26.
A
B
C
D
E
G
H

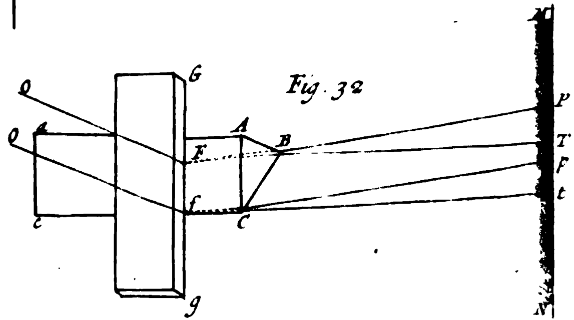

A
B
D
G
E
H
F
I
C
Fig. 27.


Fig. 28.
F
A
B
C
M
N
D
E
G
X
Y
K
k
H
h
I
L
T
S
R
Q
P
V


Fig. 29.
G
A
B
O
F
C
M
P
Q
R
S
T
N


Fig. 30.
A
B
O
f
C
g
M
P
Q
R
S
T
N


Fig. 31.
G
A
B
F
C
M
P
Q
R
S
T
p
q
r
s
t
N


Fig. 32
G
g
O
A
B
F
f
C
P
T
t
N

foramine F *f* unum duosve digitos lato pertusum, per quod lux in prisma trajiciatur; ubi, cum refracta fuerit, projicitur in papyrum vel quodvis album corpus M N, quasi semisse pedis a prismate postpositum, & videbis illuminatum spatium P Y T Z rotundum ad modum foraminis F *f*, album in ejus medietate, & duobus semilunis colorum terminatum, purpureo & cæruleo ad P, flavo autem & rubeo ad T, qui colores paulatim deficiunt versus Y & Z, ubi nulli omnino conspiciuntur. Præterea, si papyrum ad majorem distantiam paulatim distuleris, velut ad *m n*; videbis colores distendi & augeri, & intermediam albedinem usque comminui, dum prorsus evanescat, totumque spatium coloribus rubeo, flavo, cæruleo & purpureo tinctum appareat; & papyrum longius differendo, viriditas e medio emerget, & crescet tum amplitudine spatii, tum perfectione speciei, totumque spatium coloratum distrahetur in oblongam formam. Quorum omnium rationes ex supradictis depromantur.

ADHÆC, si lux obstaculo ad quamvis distantiam post prisma collocato terminetur, consimilis erit colorum generatio. Sit v. g. obstaculum G *g* (fig. 34.) perforatum in F, & ad distantiam pedis unius aut amplius post prisma A B C collocatum. Prisma autem satis amplum adhibeatur, (quale ex laminis vitreis, ut supra, possis efficere) ne lux omnis prius abeat in colores, quam attingat foramen F, &

H h lux

foramine F *f* unum duofve digitos lato pertufum, per quod lux in prifma trajiciatur; ubi, cum refracta fuerit, projicitur in papyrum vel quodvis album corpus M N, quafi femiffe pedis a prifmate poftpofitum, & videbis illuminatum fpatium P Y T Z rotundum ad modum foraminis F *f*, album in ejus medietate, & duobus femilunis colorum terminatum, purpureo & cæruleo ad P, flavo autem & rubeo ad T, qui colores paulatim deficiunt verfus Y & Z, ubi nulli omnino confpiciuntur. Præterea, fi papyrum ad majorem diftantiam paulatim diftuleris, velut ad *m n*; videbis colores diftendi & augeri, & intermediam albedinem ufque comminui, dum prorfus evanefcat, totumque fpatium coloribus rubeo, flavo, cæruleo & purpureo tinctum appareat; & papyrum longius differendo, viriditas e medio emerget, & crefcet tum amplitudine fpatii, tum perfectione fpeciei, totumque fpatium coloratum diftrahetur in oblongam formam. Quorum omnium rationes ex fupradictis depromantur.

ADHÆC, fi lux obftaculo ad quamvis diftantiam poft prifma collocato terminetur, confimilis erit colorum generatio. Sit v. g. obftaculum G *g* (fig. 34.) perforatum in F, & ad diftantiam pedis unius aut amplius poft prifma A B C collocatum. Prifma autem fatis amplum adhibeatur, (quale ex laminis vitreis, ut fupra, poffis efficere) ne lux omnis prius abeat in colores, quam attingat foramen F, &

 lux

lux illa, postquam transiit per F, non secus convertetur in colores apud P, Q, R, S, T, quam contigit in præcedentibus. Scilicet inspicienti schema patebit, quomodo radii diversorum generum inæqualiter refracti convergant a diversis partibus prismatis ad illud F, ubi (ut & hinc inde versus G & *g*) componunt albedinem; sed inibi decussantes divergunt postea, diversique colores in diversa spatia P, Q, R, S, T tendunt. Et hinc, cum radii repagulo quolibet H ex utrâvis parte prismatis intercipiuntur, e coloribus P, Q, R, S, T aliqui tollentur. Si radios nempe vertici C vicinos intercipias, tolles purpureum P; vel tolles rubeum T, si intercipias eos basi A B vicinos. Et sic de aliis; ita ut quoslibet pro arbitrio possis tollere, vel efficere, ut quilibet solus appareat.

DENIQUE, si lux ex unicâ tantum parte pone prisma limitetur, vel si duo statuantur limites, iique vel ad easdem vel ad oppositas partes prismatis, vel quocunque alio modo lux terminetur; modus, quo colores exinde generantur, ex antedictis facile patebit, ut jacturam temporis fecero de hac re plura verba facturus. Quinetiam, si duo vel plura prismata quocunque modo inter se disponantur, peritus optices facile explorabit causam.

CÆTERUM de modo tollendi quoslibet colores in fig. 34. per interpositionem obstaculi H hic obiter notan-

notandum venit, quantum ista circumstantia adversatur hypothesibus philosophorum, quæ de coloribus huc usque fuerunt excogitatæ. Ex illis enim positis refracta lux ad eas semper partes cum cæruleo & violaceo terminanda est, versus quas fit refractio; quandoquidem gyrationes globulorum ex opinione Cartesii, vel partes anteriores pulsuum ætheris oblique vibrantis, ex hypothesi Mri. Hookii, per viciniam quiescentis medii ad eas semper partes impediuntur & hebescunt. Et tamen hic videre est, quod admoto obstaculo H, ut radios vertici prismatis vicinos intercidat, possis violaceum & cæruleum tollere, & efficere, ut viridis vel flavus aut etiam ruber, ad eas partes maneat extimus, versus quas refractio peragitur. Nec hypothesis eorum tutior est, qui supponunt colores ex lucis & umbræ misturâ generari; nam eadem videtur esse in eorum confinio mistura, sive aliqui ex radiis ante refractionem limite H intercidantur, sive omnes per prisma libere transeant.

Hujusmodi etiam hypotheses ex aliis experimentis passim occurrentibus everti possent, modo id constituto meo necessarium ducerem. Quemadmodum ex illis ubi lucem partim reflecti posse & partim transmitti docebam; nam lux transmissa dabat flavum rubeumque, idque in meditullio ejus, ubi a nullo quiescente medio vel tenebris terminabatur. Sic etiam maxime valet, quod ostendi colorem lucis

ex uniformibus radiis constantis non posse per quaslibet refractiones mutari. Cæterum non opus est, ut hypotheses refutem, quæ ex inventâ tandem veritate suâ sponte corruent.

Phænomenis jam ante explicatis affinia sunt sequentia, quæ circa compositionem albedinis versantur. Prismata duo A B C & *a b c*, (fig. 35.) quorum anguli verticales A C B & *a c b* æquentur, ita parallelis axibus dispone, ut alterius linea verticalis C cum *b* extremitate basis alterius conveniat, planis B C & *b c* in directum jacentibus. Quo facto, si sol transluceat ea in papyrum M N, octo vel duodecim digitos postpositam, colores quidem generabuntur ad M & N per exteriores prismatum terminos B & *c*, non autem per interiores C & *b*; sed medium spatium P T totum apparebit album. Sin alterutrum prisma tollas, alterius extremitas C vel *b* generabit colores ad P T, ac dein, si restituas, albedo etiam restituetur. Scilicet albedo ista componitur ex coloribus ab extremitate C & *b* prismatis utriusque prolapsis; id quod facile constet ex præfatis. Nam radii purpuriformes ab utroque prismate refracti limitantur in eodem puncto P; ita ut ab uno prismate manantes incidant in P M, ab altero in P N, & ab utroque simul in totum M N, non secus quam si omnes ab unico prismate venissent. Eodem modo cæruliformes extenduntur per totum spatium M N, & eorum terminus communis est Q, prout manant

manant a diversis prismatibus; & sic de cæteris. Quare omnigeni radii commiscentur in unâquaque parte spatii P T, & albedinem ideo component; sin alterutrum prisma tollas, puta A B C, vel lucem ei potius occludas, tum radiis rubriformibus ab M T, flaviformibus ab M S, viridiformibus ab M R, cæruliformibus ab M Q & purpuriformibus ab M P sublatis, manebunt rubriformes in N T, flaviformes in N S, viridiformes in N R, cæruliformes in N Q & purpuriformes in N P: Adeoque purpureus apparebit in P & cæruleus in R, ut ostendimus ante. Et simili ratione, si lux occludatur alteri prismati *a b c*, ne permeet, rubor apparebit in T & flavedo in R.

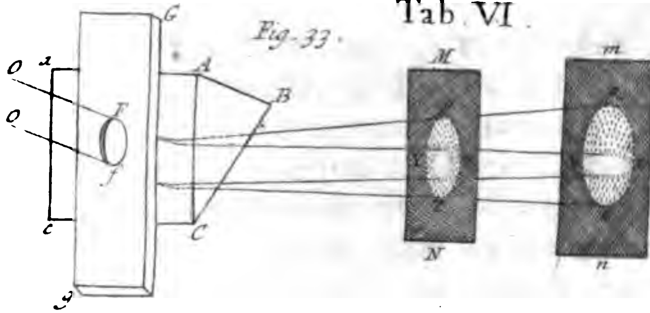
IN istis autem experiendis requiritur, ut anguli A C B & *acb* sint æquales; id quod tentabis, si prismata secundum longitudinem eorum ita connectas, ut duo ex planis dictos angulos comprehendentibus, puta B C & *b c* (fig. 36) fiant contigua, & reliqua duo A C & *a c* sibi opposita. Quo facto, si radii solis ingressi foramen F pergunt ad eundem locum S, cum trajiciuntur per dicta prismata perpendiculariter ad eorum latera A C & *a c*, atque cum libere progrediuntur nullo interjecto obstaculo, tum plana A C & *a c* sunt parallela, & anguli A C B & *a c b* æquales; sin istud non eveniat, sunt inæquales. Quo casu notetur præterea, quod inclinando plana B C & *b c* (fig. 35.) vel ab invicem reclinando, possis

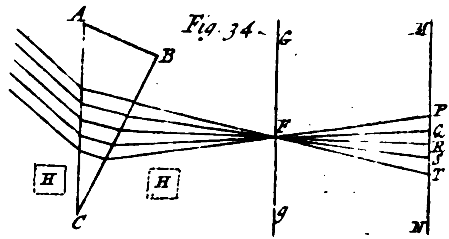
albedi-

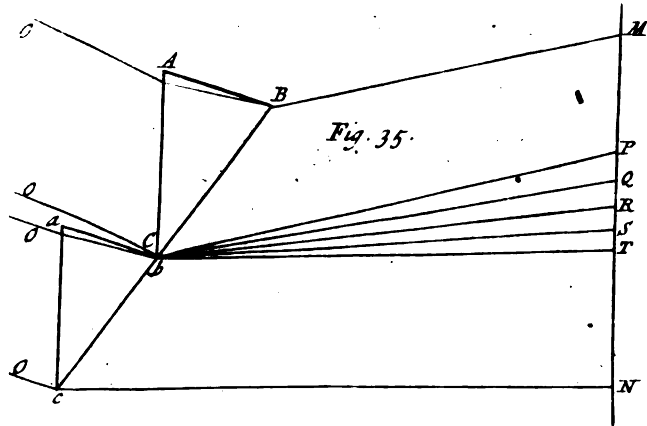
albedinem in P T haud secus componere, ac si dicti anguli fuissent æquales, & plana B C & *b c* in directum jacentia.

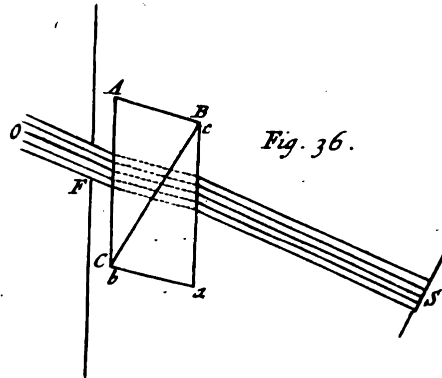
Quinetiam possis hoc idem cum unico tantum prismate perficere, dummodo satis magnum sit; puta cujus refringentia latera A C & B C (fig. 37.) sint sex vel octo digitos lata. Etenim sint F G & *f g* duo corpora opaca, plana, rectangula & ad prismatis planum A C *c a* secundum planitiem ejus sic applicata, ut eorum angularia puncta G & *g* juxta plani istius centrum se mutuo contingant, & latera concurrentia (quorum F G & *f g* sint ad axem prismatis parallela) ex adverso jaceant in directum. Quo facto, si lux refracta projiciatur in papyrum M N X pedes quasi duos distantem, obstaculum F G projiciet umbram in M H, purpuram efficiet in P H I Q, ac cæruleum colorem in Q I L T, & permittet lucem in L N. Dico jam, si speculo aliquo $\mu \nu$ X colores ex alterutrâ parte lineæ H L, velut H L P T, ita reflectantur, ut incidant in papyrum ad eundem locum cum coloribus H L P T, ex alterâ parte color omnis evanescet, totumque H L P T apparebit album. Nam purpuriformes radii a prismate ad P H I Q directe tendunt, & cætera quatuor radiorum genera ad eundem locum reflectuntur a speculo, incidentes puta in H I $\pi \chi$. Item purpuriformes & cæruliformes directe tendunt ad Q I X R, & cætera tria genera illuc reflectuntur ab I X $\varrho \chi$; & sic

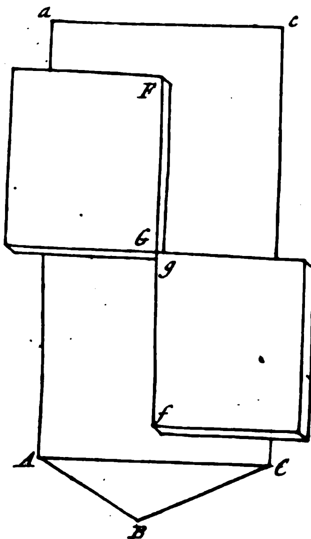
Tab. VI.

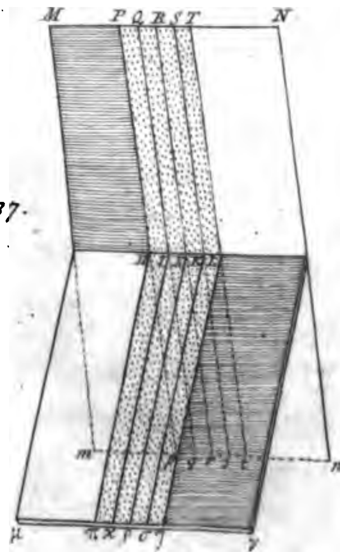

Fig. 33.
G
O
a
O
F
f
c
g
A
B
C
M
N
m
n


Fig. 34.
A
B
C
H
H
G
F
g
M
P
Q
R
S
T
N


Fig. 35.
O
A
B
M
P
Q
R
S
T
O
a
O
C
b
O
c
N


Fig. 36.
A
B
c
O
F
C
b
a
S


a
c
F
G
g
f
A
C
B


Fig. 37.
M
P
Q
R
S
T
N
m
n

& sic de reliquis: Adeo ut omnes omnium generum radii passim per spatium P H L T misceantur, ibidemque componant albedinem. Sed notandum est, quod, cum lux refractione semper debilitatur, radiis quamplurimis inter reflectendum amissis, exinde forsan eveniat, quod lux directa nonnihil prævalebit reflexæ, & color ejus dominabitur, nisi compensatio fiet, ita papyrum inclinando, ut directa lux paulo obliquius in eam incidat quam reflexa, de quâ re facile judicium feras ex perfectione albedinis emergentis.

Antequam ad aliud experimentorum genus transeo, necessarium erit, ut formam imaginis coloratæ, quam lux per arctum orbiculare foramen in tenebrosum cubiculum influens, & per prisma deinde transmissa effingit, paulo magis articulatim inspiciamus, & singulorum ejus colorum dimensiones ac distantias ab invicem, nec non refrangibilitatis gradus singulis radiorum generibus competentes sedulo rimemur.

Ostendebatur sub initio, quod, ubi prisma (cujus angulus verticalis erat quasi 63 grad.) imaginem ad distantiam 22 pedum projiciebat, longitudo ejus erat $13\frac{1}{4}$ dig. & latitudo $2\frac{5}{8}$ dig. Adeoque centra extimorum circulorum, ex quibus in longum dispositis imago illa constitit, distabant $20\frac{5}{8}$ dig.

dig. Jam ad hanc distantiam sive distractam longitudinem imaginis cæteras ejus dimensiones referre convenit, propterea quod ad absolutam ejus longitudinem (quæ a magnitudine componentium circulorum dependet) non habent certam relationem. Quo autem dimensiones ejus majori ἀκριβείᾳ investigarem, loca ubi colores in suo genere perfectissimi, eorumque confinia in transversam papyrum incidebant, calamo scriptorio notabam, & observationibus hujusmodi sæpius repetitis & inter se collatis, has tandem conclusiones sigillatim perdidici.

1. Cæruleus & violaceus ex unâ parte, & viridis & cærulei confinium (quod thalassinum appellare possim) meditulium ejus occuparet.

2. Locus ubi porracea sive floridissima viriditas apparuit, divisit imaginis distractam longitudinem in ratione 3 ad 5; utpote longitudine illâ in 8 partes divisâ, viriditas illa tribus partibus a rubeo termino distabat, & quinque partibus a purpureo.

3. Spatium, per quod viriditas omnis adusque cærulei & flavi confinium distendebatur, fuit quasi sexta pars totius distractæ longitudinis.

4. Cærulei & purpurei confinium, sive indicus perfectissimus, a confinio rubei flavique, sive a perfectissimo

fectissimo citrino, quasi $\frac{7}{11}$ partibus totius distractæ longitudinis distabat.

5. DENIQUE hæc indici & citrini distantia per confinium viridis & cærulei in ratione 2 ad 3 dividebatur; ita scilicet ut confinium istud sive meditullium imaginis ab indico $\frac{14}{60}$ partibus totius distractæ longitudinis distaret, & $\frac{21}{60}$ partibus a citrino.

CUM isthæc quantâ potui diligentiâ observassem, non proprio tantum sensu confisus, sed (propter summam difficultatem præcise distinguendi confinia colorum, & loca maximæ perfectionis) aliorum judiciis fretus; imaginis dimensiones juxta hæc inventa delineavi, quemadmodum videre est in fig. 38. Scilicet centris X & Y 10 $\frac{1}{4}$ unciis distantibus, & semidiametris 1 $\frac{5}{16}$ unciis, semicirculos duos A P C & B T D e regione descripsi & rectis A B & C D tangentibus connexui.

DEINDE lineâ X Y (quam supra demonstravi distractam longitudinem imaginis) in 60 partes æquales divisâ, sumsi L Y = 9, I Y = 20, H Y = 30, & F Y = 44 partes ejusmodi. Et perpendiculis ad ista puncta erectis, imaginem in quinque partes coloribus quinque insignioribus competentes distinxi; parte P F referente expansionem violacei, & F H expansionem cærulei, & sic deinceps. Quo facto coloratam

lucem in hanc figuram projeci, ut constaret denuo, an color quilibet intra limites sic assignatos contineretur, & cum tota imago totam occupabat figuram, singuli etiam colores cum singulis partibus quam optime conveniebant. Interea vero in spatiis istis loca observabam (qualia in hoc schemate punctim notantur) ubi singuli colores saturi & in suo genere illustrissimi apparuêre.

JAM horum locorum & limitum, colores disterminantium, intervalla non alia fore manifestum est, etiamsi circulos ex quibus imago conflatur, per methodos sæpius recensitas, centris non mutatis, quantumvis minueres. Eâ scilicet de causâ, ut heterogenei plus segregarentur & colores evaderent simpliciores. Quippe, cum in ipsissimis rectilineis terminis A B & C D colores sint absolute simplices, & colores in mediâ imagine prope lineam X Y cum istis quibus interjacent marginalibus congeneri appareant, ratio etiam suadet, quod heterogeneorum mistura non sensibiliter mutet locum alicujus coloris; siquidem hinc & inde venientes se mutuo contemperant. Sic radii viridiformes & purpuriformes per cæruleum sparsi æquipollent, & ideo non dimovent aut conturbant colorem illum, ut soli (quamvis nulli purpuriformes intermiscerentur) ibidem componerent & exhiberent. Sed hic excipienda sunt spatia circulis terminalibus A C & B D comprehensa, ubi contemperamentum illud ex parte exteriori

riori gradatim deficit, & ideo saturi ruboris, qui solus e præfinitis in circulum terminalem se extendit, positionem in imagine e parte marginali, ubi transibit circulum, expedivi, ut indicat fig 39. In his autem si quid hæsites, possis experimenta de novo instituere, contrahendo imaginis latitudinem, ut circuli, cæteris paribus, minores evadant, & nullus dubito, quin omnia quadraverint.

Cæterum, quamvis colorum confinia in lineas ad F, H, I & L erectas incidebant, tamen loca, ubi saturi & intensi apparuêre, non omnia constitere in medio interjecti spatii; nam cæruleus, qui in suâ specie illustrissimus erat & nullatenus purpurascens, propius ad F cadebat quam ad X; planissima flavedo videbatur esse aliquantulum propior ad H quam ad I. Atque ita rubedo & purpura propius ad centra X & Y quam ad alteros limites intensæ apparuerunt, solaque viriditas in medio limitum F & H effloruit. Unde constat ratio, quod, etsi flavus & cæruleus commixtione viridem componunt, rubeus tamen & viridis propter majus intervallum non bene componunt flavum, nec viridis & purpureus cæruleum. Cum igitur colores juxta medium constipatiores sunt, ita ut inter flavum & rubeum, juxta & inter cæruleum & purpureum, quasi triente majus intersit intervallum quam inter viridem & flavum, vel cæruleum sibi hinc & inde conterminum; quo imago elegantius in partes inter se proportio-

nales distinguatur, in numerum quinque insigniorum colorum duos alios, citreum scilicet inter rubeum & flavum, ac indicum inter cæruleum ac violaceum, asciscere convenit; idque potissime quod post quinque insigniores illi duo eminere videntur, spatiaque ubi interserantur pro speciei perfectione satis ampla obtinent; & sic exteriorum colorum redundans expansio præscindetur, omnesque ad quantitatem viriditatis politiori symmetriâ proportionati evadent.

His itaque intertextis coloribus, observationes denuo instituebam, & (ut breviter dicam) omnia comparuêre juxta ac si partes imaginis, quas colores occupant, proportionales essent chordæ sic divisæ, ut singulos gradus in octavâ resonare faciat. Quod cum tandem deprehendi, figuram imaginis in partes perinde divisi, ut videre est in schem. 39. Atque iterum tentavi, quam bene cum his partibus colôres convenirent. Scilicet imaginis distractâ longitudine X Y productâ ad Z, ut Y Z sit æqualis X Y, finge X Z chordam esse quam in X Y ita dividere oportet, quasi singula segmenta ad usque Z protensa singulos octavæ gradus (sol, la, fa, ut, re, mi, fa, sol) edere deberunt. Id quod fiet bis secando X Y in H, & trisecando in G & I, rursusque trisecando X I in E, & capiendo K Y quintam & M Y octavam partem totius X Y. Et semitonia E G & K M indicum & citreum referent, cæterique quinque toni.

toni X E, F G, G H, H I, I K cæteros quinque præcellentes colores, quorum ſinguli, cum tota colorum congeries in totam figuram adæquate incidit, intra has ſingulas reſpective partes comprehenſi fuerint. Inque meditulliis harum partium circiter, color quilibet in propriâ ſpecie illuſtriſſimus & intenſiſſimus apparuit; etiam purpura & rubedo, quamvis ultra verſus P ac T marceſcente luce exundarunt.

Cæterum hæc non adeo præciſe obſervare potui, quin & fateri cogar ea poſſe paulo aliter fortaſſe conſtitui. Quemadmodum, ſi inter X Z & Y Z ſumantur undecim mediæ proportionales, quarum E Z ſecunda ſit, F Z tertia, G Z quinta, H Z ſeptima, I Z nona, & K Z decima; hæc etiam imaginis diſtributio cum colorum expanſionibus ſat bene convenire videbitur. Nam differentiæ adeo minutæ, quales inter hanc & ſuperiorem diſtributionem intercedunt, acutiſſimo ſenſu judice, vix comparaturos errores efficere poſſunt.

Quantum vero diſtributiones iſtæ differunt, ex adjunctis numeris patebit, quorum ſuperiores ad chordam 720 partium ratione muſicâ diviſam reſpiciunt, & inferiores ad eandem chordam quam proxime diviſam ratione geometricâ.

360. 320. 300. 270. 240. 216. $302\frac{1}{2}$. 180. Chorda musice divisa.

360. 321. 303. 270. 240. 214. 202. 180. Chorda geometrice divisa. Superiorem vero distributionem potius adhibui, non tantum quod cum phænomenis optime convenit, sed quod fortasse aliquid circa colorum harmonias (qualium pictores non penitus ignari sunt, sed ipse nondum satis perspectas habeo) sonorum concordantiis fortasse analogas, involvat. Quemadmodum verisimilius videbitur animadvertenti affinitatem, quæ est inter extimam purpuram ac rubedinem, colorum extremitates, qualis inter octavæ terminos (qui pro unisonis quodammodo haberi possunt) reperitur.

Ex his demum proportiones sinuum refractionis cuique radiorum generi competentium (ratione mechanicâ) determinantur; utpote ad vitrum aeri contiguum, cum sinus radiorum hinc & inde extimorum sint ut *68* ad *69*, divide intermediam unitatem in ratione partium hujus imaginis, & orientur *68*, $68\frac{1}{8}$, $68\frac{1}{5}$, $68\frac{1}{3}$, $68\frac{1}{2}$, $68\frac{2}{3}$, $68\frac{7}{9}$, *69*, pro sinubus ad confinia terminosque singulorum septem colorum pertinentibus, respectu communis sinus incidentiæ $44\frac{1}{4}$, cum refractio fit è vitro. Cum vero fit in vitrum, pro sinubus istis adhibe numeros *68*, $68\frac{2}{9}$, $68\frac{1}{3}$, $68\frac{1}{2}$, $68\frac{2}{3}$, $68\frac{4}{5}$, $68\frac{7}{8}$, *69*, existente communi

muni ſinu incidentiæ 106. Et pro ſinubus ad radios, ubi colores ſunt in propriis ſpeciebus perfectiſſimi, pertinentibus, numeri inter hos numeros intermedii adhiberi poſſunt.

SIC ad aquam aeri conterminam, ubi extremi ſinus refractionis ſunt 90 & 91, ſinus intermedios per conſimilem unitatis intermediæ diſſectionem (ſtatuendo ſcilicet eſſe 90, $90\frac{1}{8}$, $90\frac{1}{5}$, &c. vel 90, $90\frac{2}{9}$, $90\frac{1}{3}$, &c.) elicere poſſis. Aſt hic memento determinationes haſce non eſſe præciſe geometricas, ſed tam proxime tamen accuratas quam exigunt hujuſmodi res practicæ; & quidquam amplius moliri, præter computandi tædium, affectatam & inanem curioſitatem argueret.

SUNT & aliæ circa hos colores circumſtantiæ, quas jam determinare potuiſſem; quemadmodum variæ eorum formæ & expanſiones pro variis poſitionibus priſmatis circa axem convolventis, vel pro variâ materiâ refractivâ ex quâ priſma fabricatur, quâve circundatur, vel etiam pro variâ magnitudine ejus anguli verticalis. Sed ea omnia ex oſtenſis in parte priori (conferendo cum jam explicatis) ſat manifeſtantur; ut & effectus, quantum ſcio, omnes, quos vel unicâ tantum refractione, vel utcunque pluribus, & quâvis terminatione lucis elicere liceat.

De

De phænomenis lucis per prisma in oculum transmissæ.

Post explicata colorum a parietibus aliisve objectis phænomena, ordo postulat, ut ad affines objectorum trans prisma prope oculum interposita conspicuorum apparentias explicandas jam animum adjiceam. Et, cum doctrinam, quinque propositionibus supra traditam, per prioris generis experimenta solummodo probaverim, & hoc experimentorum genus, eo quod non sit adeo simplex, consultò reticuerim, explicationem ejus jam fuse tradere non pigebit.

Hic ideo imprimis recordari oportet, quod objectorum mediante refractione visorum imagines non in propriis locis, sed aliis quibusdam videntur, a quibus viz. refracti radii ad oculum tendunt: atque adeo, si ita refringantur, ut, qui fluunt ab iisdem partibus objecti, à diversis locis directe ad oculum tendant, objectum illud in totidem locis apparebit. Sit e. g. X (fig. 40.) objectum, O oculus, & B C lens interposita, quæ pluribus planis superficiebus C D, D E, E F, &c. terminetur, sicut ad objecta multiplicia reddenda fabricari solet. Dein suppone hæc plana radios in sese incidentes ita refringere, ut oculum petant quasi à loco x venientes, qui incidunt in planum D E, & sic porro; & manifestum est

est, tum ratione tum experientiâ suadente, quod idem objectum X in diversis locis *x* & *y* ad instar plurium videbitur.

Ad eundem modum, stantibus jam positis, nisi quod vice polygoni B C prisma A B C (fig. 41.) substituatur, cum è præmonstratis constat, quod è radiis versus oculum refractis, purpuriformes propter maximam refrangibilitatem longissime a lineâ rectâ oculum & objectum interjacente divaricant. Suppone, quod oculum petant quasi venientes a P, & quod rubriformes oculum petant quasi venientes a T, cæterique in locis intermediis pro gradu refrangibilitatis fluant; & manifestum est, quod objecti, si ope purpuriformium radiorum solummodo conspiceretur, imago foret ad P, idque cærulei coloris; sin radiis solummodi rubriformibus conspiceretur, imago ejus ad T existeret, idque rubei coloris; & ad R viridis apparebit, si modo viridiformibus radiis conspiceretur; & sic præterea. Quod si objectum duo tantummodo radiorum genera simul emitteret, duplicem sortiretur imaginem; sic emissis rubriformibus & purpuriformibus radiis, imago altera ad T rubea appareret, & altera ad P purpurea. Et sic denique, si omne genus radiorum simul emitteret, (ut solent corpora naturalia) tunc innumeras colorum gradatim differentium obtinet imagines per totum spatium P T ordine continuo dispositas, quæ, cum in locis non penitus discretis formarentur,

ſe mutuo obliterarent, efficerentque, ut nil niſi confuſa colorum ſeries appareret.

Hoc pacto quidem colores omnigenos generari oportet, cum objecti lucidi nigredine, vel tenebris terminati, perexigua eſt apparens magnitudo, qualis eſt ſolis vel lunæ aliorúmve ſyderum, aut foraminis in feneſtrâ lucem à nubibus in obſcurum cubiculum intromittentis. Quod ſi expanſius objectum intueamur, quale ad X deſignatur, terminum ejus G H vertici priſmatis propiorem imprimis animadvertamus; & manifeſtum eſt, quod imaginum ejus, ex variis radiorum generibus formatarum, purpureâ longiſſime omnium veluti ad P divaricante, color ille apparebit extimus. Imago autem viridis, adusque R tranſlata cum parte aliquâ purpureæ imaginis, ut & intermediæ cæruleæ, ibidem coincidet & confundetur, à quâ miſturâ cæruleum colorem generari oportet. Et rubea in T terminata cum partibus cæterarum omnium imaginum eouſque extenſis coincidet, & colorem objecti ibi reſtituet, album puta, ſi modo objectum ſit albi coloris.

Et quemadmodum juxta limitem G H objectum purpureo & cæruleo fimbriatum apparebit; ſic in oppoſito limite I K per conſimile ratiocinium patebit alteros colores rubeum flavumque produci.

Nec

NEC secus, cum ejusdem objecti partes aliquæ sunt aliis utcunque lucidiores, colores varii generari debent.

ET quantitas anguli P O T, sub quo colores apparent, erit maxima, cum prisma statuitur oculo vicinissimum, eoque minor evadet continuo, quo prisma propius ad abjectum collocatur. Quemadmodum, si prismatis ex vitro confecti angulus verticalis sit 60 gr. colores sub angulo 2°. 2′ circiter apparebunt, cum proxime oculum disponitur, & 1°. 1′ cum intermediâ inter oculum & objectum distantiâ statuitur, & quasi 30½ min. cum triplo plus distat ab oculo quam ab objecto, & sic præterea. Hic autem suppono radios ad utramque superficiem ejus æqualiter refringi. Nam, cum positionem ad radios ex alterutrâ parte obliquiorem convertendo circa axem acquirit, ille angulus augebitur. Suppono etiam objectum satis lucidum esse ac tenebris densissimis terminatum, ut colores adusque summas extremitates videri possunt. Nam secus per latitudinem jam assignatâ minorem distendi videbuntur, ut ut de quantitate aliisque colorum circumstantiis in quibuslibet objectis sub dio conspectis apparentium, idque pro refractionibus utcunque factis ex his facile est conjicere.

Cæterum in allatæ doctrinæ illustrationem phænomena aliquot insigniora & minus obvia ex abundanti jam breviter describere est animus.

Et imprimis, accepto filo aliquo P T (fig. 42.) ejus alterum dimidium P R cæruleo colore tinxi, atque alterum R T colore rubeo. Dein prismate adhibito hoc filum intuebar, cujus à tergo, nisi locus erat tenebrosus, corpus aliquod nigerrimum statuebam, vidique præfata dimidia non in directum jacentia, sed in duas lineas discreta, quas in *p r* & *s t* habes designatas. Scilicet cærulei dimidii, propter majorem eorum radiorum refractionem, imago paulo longius translata fuit. At linea tamen subobscura ipsius P T refracta apparuit, cujus partes in directum jacere & a quâ colores aliquantulum portare visi sunt, id quod ex imperfectione in utrisque fili coloribus latente contigit. Nam quanto illustriores erant & simpliciores, ea linea tanto obscurior evasit, & colores *p r* & *s t* clariores & magis interrupti.

Cæterum cum lux, quam filum tenue reflectit, perexigua sit, præstat adhibere corpus aliquod expansius, quale per P N (fig. 43.) designatur, quod v. g. concipe papyrum esse ex parte P R L K cæruleum & ex alterâ parte rubeum. Tum prismate juxta oculum interposito, nigroque corpore aut loco tenebroso pone hoc objectum sito, videbis imagi-

imaginem cæruleæ partis paulo longius translatam esse, terminis *p t* & *x n* in confinio colorum *r s* & *l m* ut ante diffractis. Sed hic summe cavendum est, ut papyrus cum crassis & intensis coloribus illinetur.

HUIC affine est experimentum, cum statui duo prismata ad foramina duo, quibus lucis patuit aditus in tenebrosum cubiculum, ac in eo situ disposui, ut unius purpura & rubor alterius in eundem locum coirent. In quo loco fixi papyri segmentum circulare, & non latius dimidio vel triente latitudinis coloratarum imaginum, eo propter ut duobus illis solummodo coloribus illuminaretur. Tum cæteris utrinque coloribus objecto nigro terminatis, vel (quod satius erat) longius projectis, ut præfata papyrus nigredine vel tenebris circumcincta appareret, tertium prisma ad oculum applicavi, & ad distantias abinde pro arbitratu varias me submovens, unicæ illius subpallidæ papyri geminam vidi imaginem purpuream & rubeam. Et imago purpurea longius a papyro translata erat quam rubea, prout major eorum radiorum refrangibilitas exigit. Rem schemate 44 designatam habes, ubi papyri *p* T imagines sunt X & Y.

AD eundem modum si duo pulverum genera, quorum alterum perfecte rubrum est, & alterum purpureum vel indicum, sine misturâ cyanei, viridis,

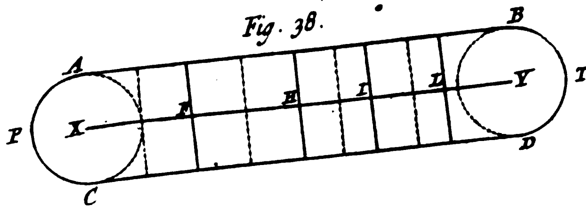
dis, aut flavi parari possent, objectum aliquod perexiguum cum misturâ pulverum istorum crasse illitum, geminam imaginem exhiberet: spectaculum forte causas ignorantibus mirandum. Sed vereor, ut pulveres coloribus adeo simplicibus prædìti parari possint.

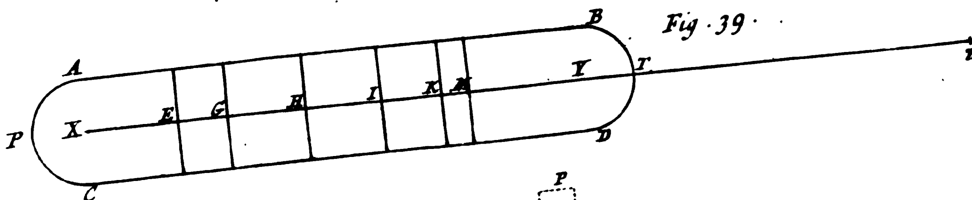
His præterea non multum dissimile est, cum colores duorum prismatum ita in parietem trajiciuntur, ut (unius rubore contingente purpureum alterius) in directum jaceant, quemadmodum videre est P T, & mediante prismate parallelas interposito intuentur. Nam imagines non amplius in directum jacebunt, sed ab invicem apparebunt distincta, sicut ad *m n* & $\mu\,\nu$ designantur, fig. 45.

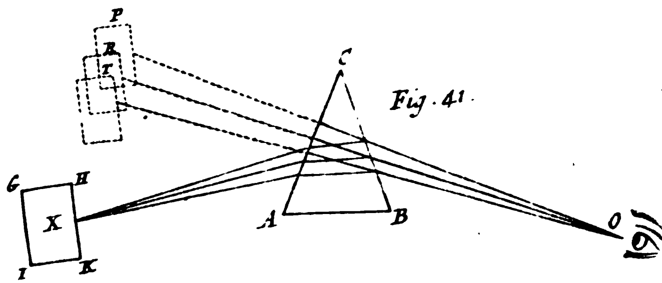
Atque ita, si duo prismata A ac B (fig. 46.) sic statuantur, ut eorum colores adæquate incidant in ordine tamen contrario, purpurâ alterius cadente ad *p*, & rubore ad P; alterius autem B purpurâ cadente ad P & rubore ad *p*; & per tertium prisma E F imagini P *p* parallelum perspexeris; unicæ P *p* duas decussantes imagines intueberis, alteram M N e coloribus prismatis B productam, & alteram *m n* e coloribus prismatis A. Et quo longius ab objecto P *p* te conferas, eo magis extremitates imaginum M & *n* & N & *m* distabunt.

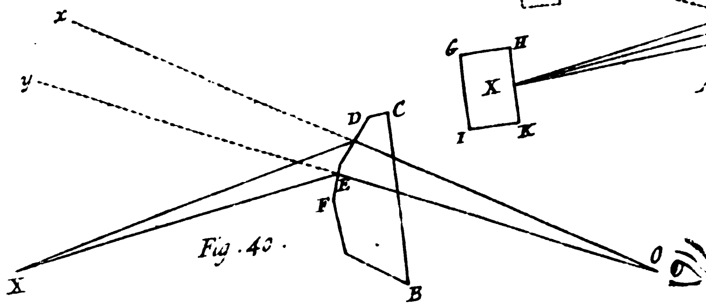
His

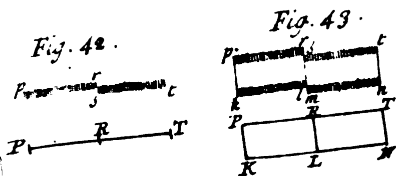
Tab. VII.

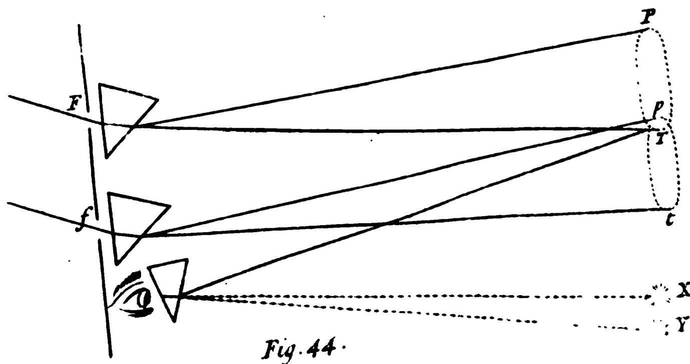

Fig. 38.
A
B
P
X
F
H
I
L
Y
T
C
D


Fig. 39.
A
B
T
Z
P
X
E
G
H
I
K
M
Y
C
D


Fig. 41.
P
R
T
C
G
H
X
A
B
O
I
K


x
y
D
C
E
F
Fig. 40.
X
B
O


Fig. 42.
p
r
s
t
P
R
T
Fig. 43.
p
t
k
l
m
n
P
R
T
K
L
N


P
F
p
T
f
t
X
Y
Fig. 44.

His etiam contraria sunt experimenta, quod objecta duo sive sunt circelli cartacei X & Y (fig. 44.) diversis coloribus illustrati, sive diversorum prismatum paralleli vel decussantes colores, ut M N & *m n*, (fig. 46) ita possunt mediante alio prismate conspici, ut in unum coalescere videantur.

Et præter jam recensita perinsigne est hujusmodi experimentum, quo objecta coloribus per interpositionem prismatis denudantur, quibuscum nudo oculo tincti apparent. Instantiam in solis imagine coloratâ accipe, quæ in parietem a prismate A B C (fig. 47.) projecta, cum cernitur mediante alio parallelo prismate *a b c* manibus prehenso, cujus vertex ad plagas versus rubeum colorem convertitur, si spectator se longius ab imagine gradatim amoveat, percipiet colores paulatim contrahi, & ad invicem eousque accedere, donec tandem uniti reficiant imaginem albam & circularem. Id quod accidet, cum spectatoris eadem est a coloribus distantia ac prismatis A B C, si modo prismatum anguli verticales æquentur. Et ratio ex eo manifesta est, quod oblongam illam imaginem ex circulis sive circularibus imaginibus infinite multis, & in longum continue dispositis efformatam esse docuerim; quare quæ sunt ad purpuream extremitatem longius per refractionem secundi prismatis transferuntur, ut cæteras assequi possint, & sic omnes coincidere.

A D

Ad hunc modum cum objecta quælibet ut Q R foras posita confusas & coloratas eorum imagines ut X *s* ad parietem per prisma transmittunt, si mediante alio prismate inspicias, possis imagines hasce coloribus denudare & efficere præterea, ut distinctiores appareant, quemadmodum ad *q r* (fig. 47.) videre est. Quoniam vero ad sufficientem copiam lucis requiritur, ut foramen F sit amplum; per ejus autem amplitudinem transmissæ imagines evadunt confusæ, lens aliqua convexa ut M N prope foramen istud statuenda est, quæ radios a singulis punctis objecti foras positi venientes congreget in totidem aliis punctis ad parietem, & insuper prismata debent esse admodum transparentia, perpolita, & superficiebus accurate planis terminata, inque situ quam poteris exacte parallelo disposita. Tanta quidem diligentia non requiritur, ut imagines *q r s* sine coloribus appareant; sed ut inter tot ac tantas refractiones distinctæ appareant, præter accuratam fabricam vitrorum, requiritur experientis ingenium, quo omnia recte disponantur.

Hic in cumulum præterea adjici potest, quod objecta, quo simpliciori luce illuminantur, eo distinctiora per prisma apparent; quippe cum eorum per prismata sub dio visorum confusio ex inæquali refrangibilitate illuminantium radiorum oriatur. Et hinc est, quod solaris imaginis sæpius commemoratæ

ratæ termini rectilinei (in quibus nullam esse heterogeneorum radiorum commisturam indicavi) præ cæteris omnibus objectis distincti mediante prismate appareant. Et sic muscæ & similia animalia, cum in rubeâ vel aliâ quâvis luce simplici, prismatibus elicitâ, statuantur, transvidentur solito distinctiores. Quinetiam oculus Engyscopio armatus, omnia, hâc luce simplici illustrata, distinctiora cernit. Id quod insignem in contemplatione insectorum vel aliarum rerum naturalium texturæ præ se usum ferre potest.

IN tertiâ propositione supra de phænomenis quibusdam disserui, ubi è radiis ad refringentem superficiem æqualiter inclinatis aliqua genera pervasêre, dum alia penitus reflectebantur; & illis affinia quædam jam attingere opportunum duco. Esto S spectatoris oculus, quo lucem a nubibus sub dio ingressam planum F G (fig. 48.) reflexam a plano H I & plano F H regressam excipit; & cum prisma commode statuitur ita, ut radiorum è medietate basis H I versus oculum reflexorum angulus reflexionis sit quasi 50 gr. pars proximior basis remotiori aliquantum obscurior videbitur, & in utriusque partis confinia fimbria quasi D E sub-cærulei coloris apparebit. Utpote cum radii, qui a remotiori parte ad oculum reflectuntur, obliquius incidant, quam qui eo resiliunt a parte proximiori, talis potest assignari eorum circa medium basis obliquitas, ut e proximi-

oribus propter minorem obliquitatem aliqui perrumpere & refringi possint, dum remotiores propter majorem obliquitatem omnes ad oculum reflectuntur. Sic ad vitrum, cujus refractionem per rationem sinuum 42 ad 62 metiuntur in plano S A B C ad prismatis longitudinem transverso, posito angulo C *t* S 49°. 22', ang. C *r* S 49°. 44', & ang. C *p* S 50°. 5', *t* erit limes refractionis rubiformium radiorum, ultra quem nulli superficiem H I penetrabunt, qui propter debitam obliquitatem incidentiæ ad oculum reflecti possunt; & a citeriori parte C *t* complures è radiis sic incidentibus propter minorem obliquitatem pervadere possunt & refringi, qui oculum peterent, si modo reflecterentur. Et sic *r* erit limes radiorum viridiformium, & *p* limes purpuriformium. Adeoque superficiei I H pars citima C *p* propter complures radios omnis generis transmissos obscurior apparebit quam pars ultima *t* B, quâ omnes, qui oculum attigere, eo reflectuntur. Et quia rubriformes a limite *t*, & viridiformes a limite *r* incipiunt ex parte pervadere, manifestum est, quod ex illis pauciores a spatio *p t* ad oculum resilient, quam e purpuriformibus, qui non prius incipiunt pervadere, quam ad limitem *p*, ut & pauciores, quam e cæruliformibus, qui ad limitem inter *p* & *r* tantum pervadere incipiunt. Et proinde in illo spatio purpureus & cæruleus color aliquantulum dominabitur.

Deque

Deque totâ subcæruleâ lineâ D E consimilis est discursus.

Hæc autem linea non recta est, sed in morem arcus incurvata, propterea quod puncta radios a basi prismatis ad oculum in angulo refractionis dato resilientes reflectentia ejusmodi curvam constituunt.

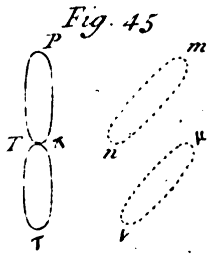
Quod ad refractiones in superficiebus prismatis F G & F H factas spectat, nihil refert in remotiori F G quænam sint, dummodo radii e proximiori F H perpendiculariter emergant, angulo K H G existente quasi $43\frac{1}{4}$ gr. Quod si angulus ille major existat, colores in lineâ D E, adjuvante refractione, paulo distinctiores evadunt; & minus distincti, si sit minor. Major autem oculi a prismate distantia, vel (quod perinde est) pupillæ coarctatio colores nonnihil perficit.

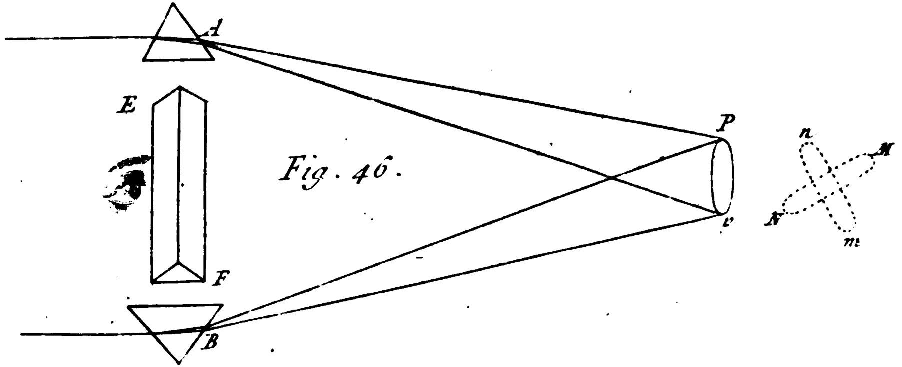
Ad hæc, cum duo prismata parallelis axibus & basibus contiguis ad invicem applicantur, & in eo situ colligantur, iidem omnino effectus per radios ab aere interclusо reflexos producatur. Sed radii transmissi contrarios exhibebunt. Esto A C D B (fig. 49.) sectio utriusque prismatis ad eorum longitudines perpendiculariter transversa, & C B contactus basium, aut potius aer interclusus. Quippe prismata vix queant tam arcte comprimi, quin ut aer non-

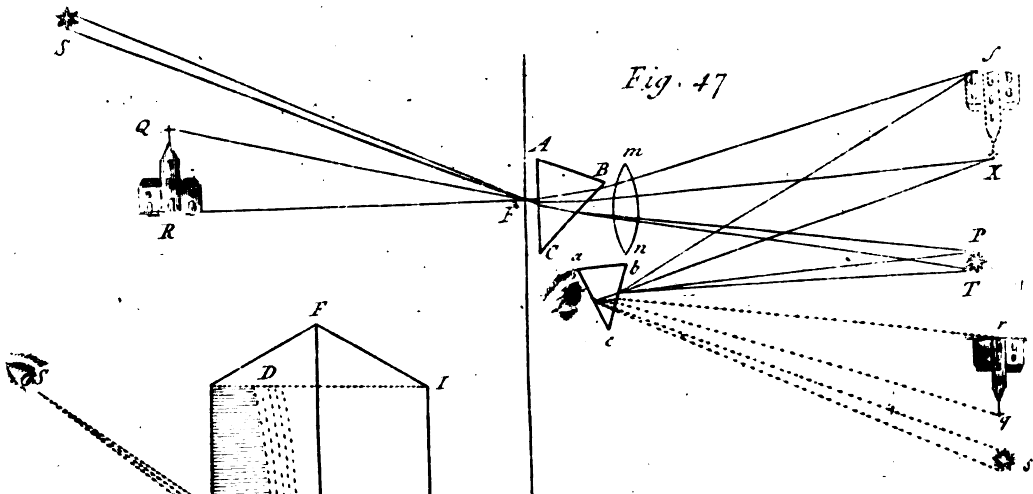
nullus in morem tenuissimæ lamellæ maneat interclusus. His positis, oculo *s* (radios a C B lamellâ aeris interjectâ reflexos intercipienti) omnia cernentur contraria, spatio *t* B opaco & obscuro existente, & C *p* translucido, ac eorum confinio *p t* juxta *t* ruborem saturum juxtaque *r* citrium flavumque exhibente; qui color usque ad *p* gradatim diluitur, ubi in album *p* C desinit. Et hi colores longe intensiores & illustriores apparent quam subcæruleus color ex alterâ parte ad oculum S reflexus. Quorum quidem omnium rationes e supra dictis patent, siquidem è radiis versus oculum *s* tendentibus, qui incidunt in superficiei partem *t* B, omnes propter nimiam obliquitatem alio reflectuntur, solique rubriformes superficiem etiam a C usque ad limitem *t*, viridiformes ad limitem *r*, & purpuriformes ad limitem *p*, tantum pervadere possunt.

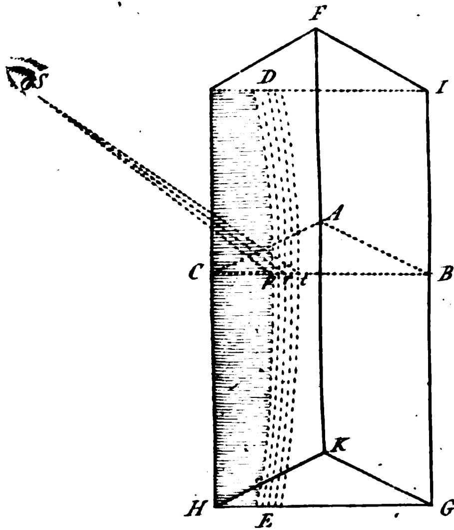
CÆTERUM hic cavendum est, nequa lux in superficiem C B a parte D incidat, quæ vel ad *s* reflexa, vel transmissa ad oculum S colores conturbet. Et insuper ne refractiones a superficiebus A B & C D factæ ad effectus jam explicatos quicquam conducere videantur, præstat, & superficies istæ statuantur parallelæ, quo mutuos effectus (ex opinione receptâ) destruere possint.

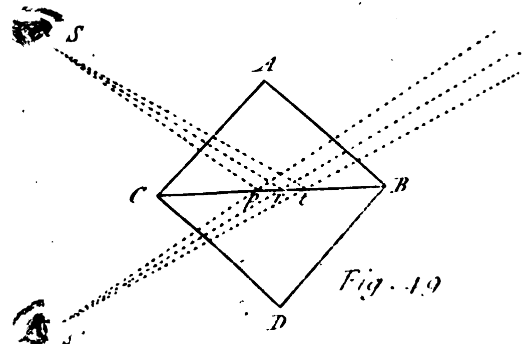
De


Fig. 45
P
m
T
n
μ
π
ν


A
E
Fig. 46.
P
n
M
N
m
F
B


S
Fig. 47
Q
A
B
m
X
R
F
C
n
P
a
b
T
c
r
q
s


F
D
I
S
A
C
B
Fig. 48
K
H
E
G


S
A
C
B
Fig. 49
D
s

De phænomenis lucis per medium refractivum parallelis planis terminatum transmissæ.

TRANSACTIS triangularium prismatum phænomenis, quæ quadrangulis per parallela plana efficiuntur, jam opportunè subveniunt enarranda. Id quod lubentius aggredior, cum philosophi hactenus crediderunt colores nullos hoc pacto generari, existimantes posteriorem superficiem effectus omnes per contrariam refractionem radiis auferre, quos prior inducit: & hoc pro experto habere rati, quod in vitris fenestrarum aut aliis consimilibus nullos produci videant. At in eo decepti sunt, quod hujusmodi colorum quantitas & perfectio dependet à distantià parallelarum superficierum. In laminis quidem vitreis propter parvum superficierum intervallum colores sunt adeo tenues & exiles, & in spatio tam angusto comprehensi, ut effugiant sensus: at, cum vitra magis crassa adhibentur, aut potius vitrea vascula parallelepipeda aquâ limpidissimâ plena, colores tunc liquido generari cernuntur.

NAM concipe A B C D (fig. 50.) esse vitreum vel aqueum parallelepipedum aere circumcinctum; cujus ex oppositis & parallelis planis duo lineis A C & B D designentur. Et sol illud per exiguum foramen F transluceat, ejusque paralleli vel convenientes

nientes radii in anteriori ſuperficie ad H ita debent inæqualiter refringi, ut ab invicem deinde divergent, uſque dum incidant in poſteriorem ſuperficiem ad P T, & ibidem colores omnigenos depingant, perinde ut ſupra ſat fuſe explicui. Jam, cum propter paralleliſmum ſuperficierum refringentium radii tantum à poſteriori recurventur, quantum incurvantur à priori, neceſſe eſt, ut ſibi ipſis ſecundum S H incidentibus emergant paralleli, adeoque diſtantias ac poſitiones acquiſitas in infinitum ſervent, & elicitos colores eo uſque ſine aliquâ variatione promunt. Quemadmodum ſi P H e refractis ad H ſit *purpuriformis*, & T H *rubriformis*, eorum denuo refracti P *p* ac T *t* incidentibus S H, adeoque ſibimetipſis paralleli emergent, & proinde purpuram & rubedinem quam ad P ac T exhibuere, ad quamlibet diſtantiam *p t* immutatam transferent, & ſine quâvis uſpiam variatione conſervabunt, purpureo a P in *p* tranſlato, rubeo a T in *t*, cæteriſque à locis intermediis in loca correſpondentia.

Hoc equidem præciſe debet evenire, ſi modo radii ſecundum eundem S F vel parallelas lineas in hoc priſma inciderent, ſiquidem tunc emergent paralleli; at, cum inclinantur ad invicem, uti de promanantibus à diverſis partibus ſolaris diſci contingit, tunc etiam emergant inclinati, & ea propter mutationes quaſdam in ulteriori tranſlatione patientur.

Ut

Utpote circuli a ſingulis radiorum generibus effecti, ex quibus in longum diſpoſitis colorata ſolis imago in ſuperficiem B D procidens conſtituitur, propter divergentiam radiorum in foramine F decuſſantium eo dilatiores evadunt, quo radii longius poſt emergentiam fluunt; dum eorum centra, quæ radiis a centro ſolis ſecundum eandem quampiam lineam ante refractionem effluentibus illuminentur, eaſdem poſt refractionem diſtantias & poſitiones inter ſe perpetuo conſervant. Et hinc eſt, quod ſpatium *p r t* ſolari luce in tenebroſum cubiculum immiſſâ illuminatum, eo magis dilatetur, & in orbicularem formam contrahatur, quo longius poſt priſma terminatur; & viriditas in medio R, ſiqua ſit, paulatim tranſmigret in albedinem, vel ſi nulla ſit, quod propter anguſtiam priſmatis hujus aut amplitudinem foraminis lucem intromittentis albedo medietatem colorum occupet, eadem albedo ſenſim dilatetur. Sed colores tamen hinc inde non diluuntur, nec in ſpatium anguſtius contrahuntur, utut minus luminoſi propter dilatationem imaginis evadant.

AD hæc ſi mediante parallelepipedo intueamur viſibilia, coloribus non ſecus tingantur, quam ſi priſma triangulare adhiberetur; præſertim ſi parallelepipedum ad pertranſientes radios ſat obliquetur, ut multum refringat, & objecta ſint admodum propinqua. Nam, ſi objecta longinqua ſint, ſive intervallum iſtud intercedat parallelepipedum & objecta, ſive parallelepipe-

pipedum & oculum, utcunque refractio per obliquitatem parallelepipedi fiat magna, colores tamen non generabuntur. Sit X (fig. 51.) punctum lucidum radios per parallelepipedi refringentia plana A C & B D ad oculum S emittens, & manifestum est, quod dicta S *t* N X, quæ rubriformem radium designet, & S *p* M X, quæ designet purpuriformem, hi radii ad utramque superficiem æqualiter refringentur, adeoque triangula *p* S *t*, M X N similia conficient, purpuriformi radio propter majorem refrangibilitatem hinc & inde apud *p* & M plus vergente à directo tramite quàm rubriformis: unde necesse est, ut sese alicubi intra prisma decussent, quemadmodum videre est ad O, iterum conficientes triangula *p* O *t*, M O N similia, sive trapezium S *p* O *t* simile trapezio X M O N, adeoque oculum petent, tanquam si primario fluxissent ab eodem O, & refractionem ab unicâ tantum superficie A C passi fuissent. Et hinc non tantum sequitur colores generari, sed & angulum *p* S *t* sive colorum apparentem latitudinem, aliasque circumstantias pro quâlibet oculi positione determinari posse. Quemadmodum manifestius erit, si conferas cum experimento, quo objecta in aquam alte immersa oblique inspicienti coloribus nonnihil tincta videntur propter refractionem stagnantis superficiei. Nam A C superficiem stagnantis aquæ, & O objectum aliquod immersum, quo spectator S intuetur, referre potest. Quod quidem O facile invenies ducendo rectam

S X

S X, quæ refringentes superficies secet in K & L, ac dividendo in O, ut sit S K ad L X ut S O ad O X, sive ut K O ad O L.

QUINIMO ad hæc experienda pro parallelepipedo vas optime adhiberi potest, quod in fundo transfoditur, & vitri laminâ perpolitâ & horizonti parallelâ resarcitur, ut aquam cohibere potest. Nam, cum aqua ad altitudinem pedis aut amplius infunditur, lux per vitri aut aquæ istius parallelas superficies oblique trajecta colores pro more explicato producet, possisque successive collocando objecta ad X & O phænomena conferre. Id quod etiam fieri potest dispondendo duo vitria prismata triangularia ut A C E, D B F (fig. 52.) ad distantiam pedis aut amplius in eo situ, ut eorum latera correspondentia A C ad D B & C E ad B F evadant parallela, & radii per interiores superficies perpendiculariter proxime trajiciantur. Tunc enim exteriores A C & B D refringentia plana parallelepipedi referent. Et propter vitri majorem quam aquæ vim refractivam colores eliciantur magis illustres.

ET hæc de colorum a parallelis planis genesi monuisse sufficiat, nisi forte juvet annotare diversitatem effectuum, qui ab hisce producuntur & a triangularibus prismatibus. Ejusmodi sunt 1° quod colores, cum in papyrum projiciuntur, splendidiores evadunt per auctam papyri longinquitatem, si modo pris-

ma ſit triangulare, ſin parallelepipedum, hebeſcunt. 2°. Cum objecta per priſmata triangularia tranſpiciuntur, colores itidem ſplendidiores evadunt ex objectorum auctâ longinquitate, at ſecus fit in parallelepipedis. 3°. Cum ſol tranſlucet priſma triangulare, colores oriuntur terminando lucem ex utrâvis parte priſmatis: at cum tranſlucet parallelepipedum, colores non oriuntur terminando lucem à poſteriori ejus parte. Cujus rei ratio eſt, quod heterogenei radii a triangulari priſmate divergentes fiunt, adeoque poſt emergentiam plus pluſque ſegregantur; at in parallelismum reſtituuntur emergentes e parallelepipedo, & non amplius ab invicem recedunt. Denique notum eſt, quod colorum, in extremam partem oculi in ſolem vel lucernam per priſma triangulare reſpicientis, quilibet aſtans videbit ordinem ei contrarium, quem videt ipſe ſpectator. At, cum parallelepipedum adhibetur, idem erit ordo colorum in utroque caſu propter decuſſationem radiorum in parallelepipedo, ubi ſpectator tranſpicit, quemadmodum inſpicienti ſchemata manifeſtum.

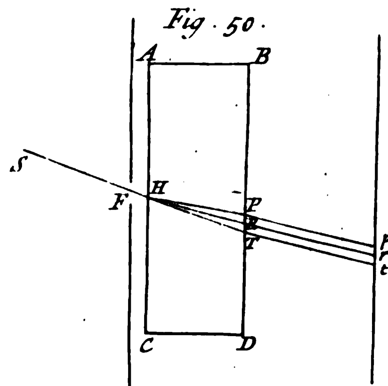
Et ex hâc effectuum diverſitate phænomenon componitur, quo colorum ad diverſas diſtantias diverſi fiant ordines. Utpote per vas aqueum A B C D (fig. 53.) in cujus fundo Y Z refert laminam vitream, quam in ſuperioribus horizonti parallelam eſſe ſuppoſui, jubare trajecto ſi vas ad partes ſolem verſus elevetur, ut fundum ejus magis obli-

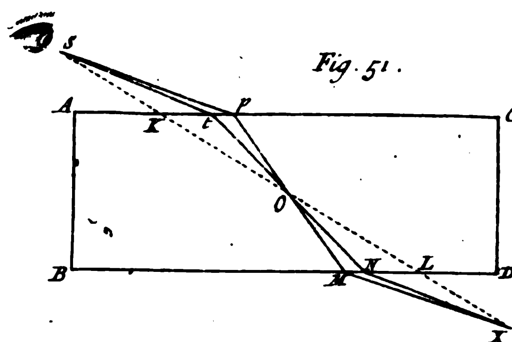
obliquetur ad perlabentem, quam superior stagnans superficies; heterogenei radii propter majorem in egressu refractionem convergentes evadent, adeoque decussando mutabunt situm. Si lucem chartâ proxime egressam excipias, purpura cadet infra ruborem; & chartam longius differendo in loco decussationis, per commisturam evanescent conversi in albedinem, at postea de novo emergent in ordine contrario, ut videre est ad Q, R & V.

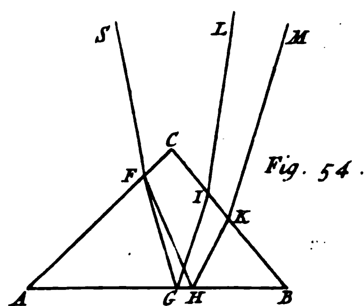
AD aliud experimentum jam transeo his quodammodo affine; quo colores non a parallelis superficiebus generantur, sed a superficiebus ita inclinatis, ut interpositâ reflectione parallelarum rationem habeant. Sit S F (fig. 54.) linea coloribus omnigenis irradiata, quorum purpurei, dum ad F ingrediuntur prisma, refringuntur versus H & rubei versus G: abinde vero reflectuntur ad K & I, unde egredientes refringuntur denuo ad M & L. Dico jam, si prismatis anguli A B C & C A B æquentur, emergentes radii I L & K M paralleli erunt. Nam in triangulis F G A, I G B, cum anguli A & B ex hypothesi æquentur, ut & anguli F G A & I G B propter æqualitatem incidentiæ & reflectionis, triangula erunt similia, angulique A F G, B I G æquales, atque adeo æqualis erit refractio in F & I, & inde anguli C F S, C I L æquales. Et eâdam ratione patebit angulum C K M angulo eidem C F S æqualem esse, adeoque radios I L & K M parallelos. Jam,

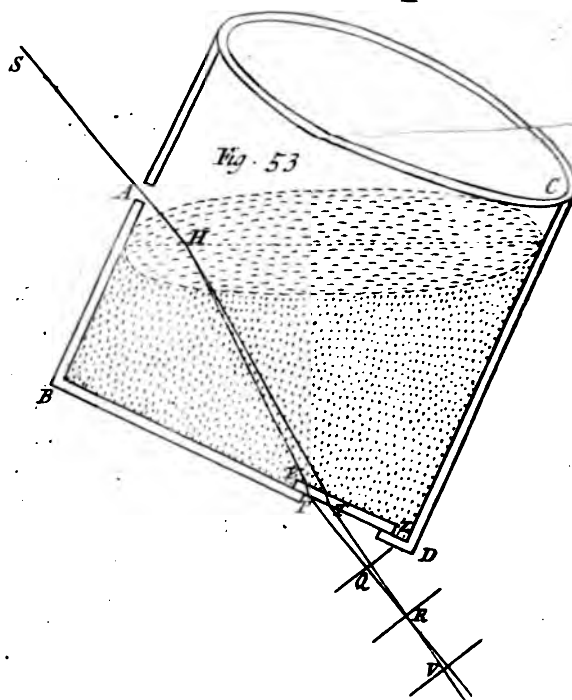
cum radii I L & K M ſecundum eandem lineam S F ſucceſſive incidentes non ſecus emergant paralleli quam in præcedentibus, ubi ſuperficies refringentes erant paralleli, eadem omnia phænomena, quæ ibi oſtenſa ſunt, huic competere certum eſt. Quemadmodum lucem ſolis coloribus tingi, ſi priſma ſatis amplum adhibeatur, ut ſpatium F G I vel F H K ſufficiat ad efficiendam ſenſibilem divergentiam radiorum antequam per iteratam refractionem in parallelismum reducantur, ſed ejuſmodi colores non perfectiores per longinquitatem obſtaculi, quo interciduntur, evadere. Item iſtos colores, ſi oculo poſtpoſito immediate excipiantur, eo magis manifeſtos fore, quo objectum, quod intuemur, ſit oculo propinquius, ut & eo magis, quo anguli C A B & C B A majores exiſtent; & eundem denique ordinem ſervare cum in obverſum oculum directe mittuntur, atque cum cernuntur ad parietem aliudve obſtaculum terminati. Hæc inquam evenire debent, ſi amplum priſma adhibeatur (quale ex aquâ vitro circundatâ fabricari poſſit) & anguli A & B conſtituantur æquales. At in anguſtis priſmatibus diſtantia radiorum I L & K M minor eſt quam ut colorum ſenſibilis poſſit eſſe latitudo, & cum anguli A & B ſunt inæquales, perinde eſt, ac ſi refringentes ſuperficies in præcedentibus non ſunt parallelæ, & ſimiles ſunt effectus.

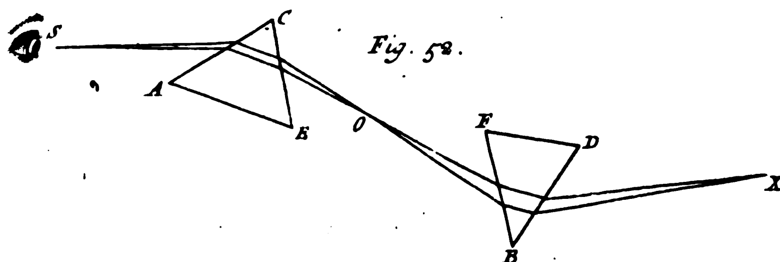
Quod


Fig. 50.
A
B
S
H
F
P
R
T
p
r
t
C
D


S
Fig. 51.
A
K
t
p
C
O
B
M
N
L
D
X


S
L
M
C
Fig. 54.
F
I
K
A
G
H
B


S
Fig. 53
A
C
H
B
D
Q
R
V


S
C
Fig. 52.
A
E
O
F
D
X
B

QUOD de coloribus dicitur, cum unica tantum reflectio refractionibus intervenit, facile applicatur ad alios casus, ubi plures interveniunt; sed placet aliquod præterea de refractionibus exponere, quibus generantur effectus, quos solæ refractiones exhibere possunt. Sit S F (fig. 55.) ut prius linea diversis coloribus successive irradiata, qui versus *p*, *t* aliaque intermedia loca pro gradibus refrangibilitatis à prismatis latere B C reflectantur ad M, N, ubi iterum impingentes in latus A C refringuntur denuo ad P T, & colores ad P T perinde apparebunt, atque ad $\pi\,\tau$ appareant, si modo radii F *p*, F *t*, &c. per duplum prisma A B C, sive per prisma, cujus angulus verticalis A C *b* sit duplo major hujus angulo verticali A C B, rectà fluxissent ad *m n*, & perinde versus $\pi\,\tau$ refringerentur. Nam pares sunt omnes utrobique anguli, sive à plano B C per A C versus P T resiliant radii, sive longius per B C pergant ad $\pi\,\tau$, utpote angulus C *t* N (= B *t* F) = C *t n*, & inde C N *t* = C *n t*; adeoque C N T = C *n* τ. Atque idem in aliis radiis intellige. Cum autem præcipuæ colorum ad $\pi\,\tau$ circumstantiæ in superioribus tradantur, crambem jam reponerem, si quid amplius de persimilibus phænomenis ad P T instituerem dicere.

De phænomenis lucis per media sphærice terminata transmissa, deque iride.

HACTENUS colores refractionibus planarum superficierum generatos contemplati sumus; jam de sphæ-

sphæricis superficiebus agendum est, & imprimis de lentibus seu figuris a duabus diversarum sphærarum portionibus comprehensis. Ejusmodi autem lens esto M N (fig. 56.) per quam lux solaris juxta F *f* nec non undique terminata transmittitur. Sitque H K focus, ad quam postea convergat. Et, cum radii similiter incidentes non omnes similiter refringantur, concipe, quod radiorum secundum O F incidentium purpuriformes refringantur ad K, rubriformes ad H, & viridiformes ad punctum intermedium *r*. Et pari ratione de radiis secundum O *f* incidentibus concipe, quod purpuriformes tendunt ad H, rubriformes ad K, ac viridiformes ad *r*. Atque idem de radiis undique terminatis (juxta lentis peripheriam) concipe. Et patebit primò, si radii a papyro D L prius terminentur, quam ad focum H K conveniant, quod color rubeus in confinio lucis & umbræ deberet undique conspici. Utpote si lineæ F H, F *r* & F K ipsam D L in punctis T, R & P secent; F H quidem in puncto T, F *r* in puncto R, & F K in puncto P: posito similiter quod *f* H, *f r* & *f* K eandem D L in punctis π, ϱ ac τ respective secent, & productis etiam F H & *f* K donec sibi in *t* occurrant; ut & F K & *f* H donec occurrant in *p*, constabit punctum *t* longius distare a lente quam punctum *p*, quandoquidem cadit ultra focum H K, *p* verò citra. Et proinde puncta P & π interjacent punctis T & τ. Constabit etiam purpuriformes radios per totum spatium P π solum-

ſolummodo diſpergi, propterea quod per integrum ſpatium F *f* in lentem parallele incidentes verſus locum *p* refringantur, & ſic radii viridiformes ſpatium R ϱ occupabunt, ubi & rubiformes ſpatium T τ, extra quod nulli omnino ex radiis parallele incidentibus (niſi contingenter & nulla certâ lege propter bullulas quaſdam aliaque vitia in vitro latentia refracti) poſſint divaricari. Quare ſpatium, P π a radiis omnium colorum illuminatum, debet albeſcere. At cum purpuriformes deſint à ſpatiis R & ϱ, cæterorum miſtura debet exhibere flavum. Atque ita, cum ſoli rubiformes extendantur ad T & τ, in locis T ac τ rubor apparebit, & ſpatium illuminatum P π (quod orbiculare concipe) duobus colorum circulis rubeo flavoque tingetur. Hæc equidem eveniunt, cum charta D L inter lentem & punctum *p* collocatur. Et colores tanto perfectiores evadunt, quo charta ſit puncto *p* propinquior. Et, cum ſtatuitur ad ipſum *p*, albor è medio penitus evaneſcere deberet, ſi modo radii a diverſis partibus ſolaris diſci ad lentem manantes inciderent paralleli. Quod ſi charta paulo longius amoveatur, uti ad *r*, ubi viridiformes radii concurrunt, adverſi colores ubique ad illam diſtantiam miſcebuntur, & ſe invicem ita delebunt, ut vix alius quam albor apparebit. Si charta deinceps adhuc longius tranferretur, puta ad *d l*, invertetur radiorum ordo, & puncta τ ac T interjacebit punctis P & π, adeoque ſpatium T τ ab omnibus coloribus illuminabitur, & proinde albeſ-

albescet, & in spatiis circa R & ϱ, ad quæ rubor non extenditur, cæruleus componetur, & violaceus apparebit in extremitate summâ P & π. Qui quidem colores non tantum manifestiores sunt, quam rubor & flavus per interpositionem chartæ inter lentem & focum ut prius emergentes; sed perpetuo manifestiores evadunt, quo charta adhuc longius amovetur.

Latitudo spatii sic tincti coloribus ex præmonstratis petenda est, vel etiam sic facile determinari potest. Cum differentia refractionis radiorum, in refrangibilitate maxime discrepantium & similiter incidentium, sit quasi septuagesima pars totius refractionis, ut ex ostensis patet. Et, cum angulus H F K designet differentiam refractionis, angulusque F r f summam refractionum utrinque ad F & f factarum, hoc est, duplum refractionis juxta alterutrum F & f: angulus H F K erit quasi septuagesima pars semissis anguli F r f, sive $\frac{1}{140}$ pars totius F r f, & proinde subtensa H K quasi $\frac{1}{140}$ pars latitudinis F f, per quam luci patet aditus, aut eâ fortasse paulo major. Denique, cum sit F r. F R :: H K. T p vel $\tau\pi$, dabitur intervallum T P vel $\tau\pi$, quod quærebatur. Si quis autem cupit, ut hæc exactius determinantur, computatio non est adeo difficilis, quin ut ipse adhibito calamo perficiat. Quod ad lentes utrinque concavas attinet, e jam ostensis facile

cile conſtabit eas lucem trajectam in ejus extremitate cum cæruleo tingere. Quæ vero de lentibus utrinque convexis vel concavis dicuntur, de convexo-concavis æquipollentibus ſunt etiam intelligenda.

Sunt & alia phænomena, quæ de lentibus explicare poſſem; ſed cum oculi pars anterior (humor nempe cryſtallinus ac tunica cornea) ſpeciem lentis radios ad retinam congregantis referat, de ipſâ maluiſſem nonnulla dicere. Eorum tamen, quæ de lente jam explicui, nolo aliquid enixe repetere, cum ad oculum facile applicentur, utut expertu ſatis difficilia ſint, propterea quod ægre poſſimus efficere, ut oculi pars anterior & poſterior ad invicem ita accedant, aut ab invicem recedant, ſicut de lente & papyro lucem terminante deſcripſi. Quapropter radii ut plurimum eo modo in retinam procidunt, quo poſui terminatos eſſe in papyrum $\delta\lambda$, atque adeo propter miſturam diſſimilium, quæ ab oppoſitis partibus pupillæ adveniunt, colores mutuo delebuntur, & convertentur in album aut in illum quemlibet colorem, quocum objectum tingitur, ſiquidem ille tunc cæteris debet prævalere.

Cæterum ex hiſce detegitur modus, quo omnia, quæ nudis oculis intueamur, poſſint ita tingi coloribus, ac ſi priſma interponeretur, licet multo minus manifeſta. Idque ſi radii per alteram partem pupillæ

ma ſit triangulare, ſin parallelepipedum, hebeſcunt. 2°. Cum objecta per priſmata triangularia tranſpiciuntur, colores itidem ſplendidiores evadunt ex objectorum auctâ longinquitate, at ſecus fit in parallelepipedis. 3°. Cum ſol tranſlucet priſma triangulare, colores oriuntur terminando lucem ex utrâvis parte priſmatis: at cum tranſlucet parallelepipedum, colores non oriuntur terminando lucem à poſteriori ejus parte. Cujus rei ratio eſt, quod heterogenei radii a triangulari priſmate divergentes fiunt, adeoque poſt emergentiam plus pluſque ſegregantur; at in parallelifmum reſtituuntur emergentes e parallelepipedo, & non amplius ab invicem recedunt. Denique notum eſt, quod colorum, in extremam partem oculi in ſolem vel lucernam per priſma triangulare reſpicientis, quilibet aſtans videbit ordinem ei contrarium, quem videt ipſe ſpectator. At, cum parallelepipedum adhibetur, idem erit ordo colorum in utroque caſu propter decuſſationem radiorum in parallelepipedo, ubi ſpectator tranſpicit, quemadmodum inſpicienti ſchemata manifeſtum.

Et ex hâc effectuum diverſitate phænomenon componitur, quo colorum ad diverſas diſtantias diverſi fiant ordines. Utpote per vas aqueum A B C D (fig. 53.) in cujus fundo Y Z refert laminam vitream, quam in ſuperioribus horizonti parallelam eſſe ſuppoſui, jubare trajecto ſi vas ad partes ſolem verſus elevetur, ut fundum ejus magis obli-

obliquetur ad perlabentem, quam ſuperior ſtagnans ſuperficies; heterogenei radii propter majorem in egreſſu refractionem convergentes evadent, adeoque decuſſando mutabunt ſitum. Si lucem chartâ proxime egreſſam excipias, purpura cadet infra ruborem; & chartam longius differendo in loco decuſſationis, per commiſturam evaneſcent converſi in albedinem, at poſtea de novo emergent in ordine contrario, ut videre eſt ad Q, R & V.

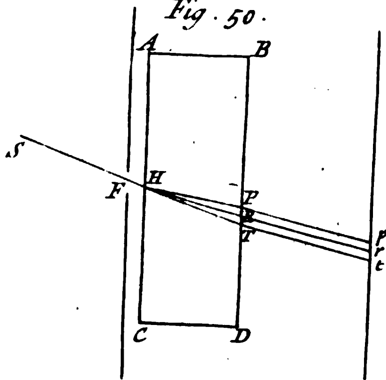
Ad aliud experimentum jam tranſeo his quodammodo affine; quo colores non a parallelis ſuperficiebus generantur, ſed a ſuperficiebus ita inclinatis, ut interpoſitâ reflectione parallelarum rationem habeant. Sit S F (fig. 54.) linea coloribus omnigenis irradiata, quorum purpurei, dum ad F ingrediuntur priſma, refringuntur verſus H & rubei verſus G: abinde vero reflectuntur ad K & I, unde egredientes refringuntur denuo ad M & L. Dico jam, ſi priſmatis anguli A B C & C A B æquentur, emergentes radii I L & K M paralleli erunt. Nam in triangulis F G A, I G B, cum anguli A & B ex hypotheſi æquentur, ut & anguli F G A & I G B propter æqualitatem incidentiæ & reflectionis, triangula erunt ſimilia, angulique A F G, B I G æquales, atque adeo æqualis erit refractio in F & I, & inde anguli C F S, C I L æquales. Et eâdam ratione patebit angulum C K M angulo eidem C F S æqualem eſſe, adeoque radios I L & K M parallelos. Jam,

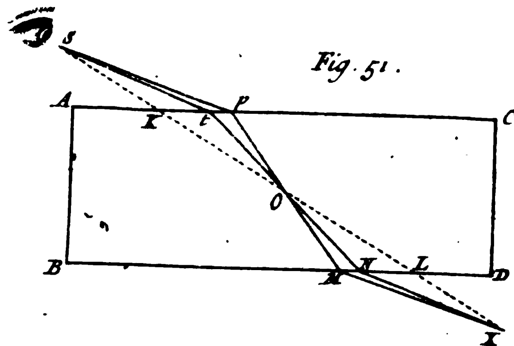
 cum

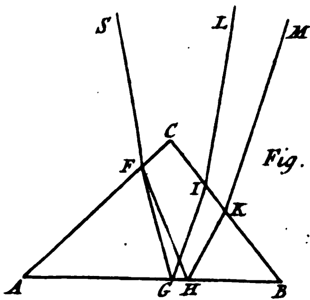
cum radii I L & K M secundum eandem lineam S F successive incidentes non secus emergant paralleli quam in præcedentibus, ubi superficies refringentes erant paralleli, eadem omnia phænomena, quæ ibi ostensa sunt, huic competere certum est. Quemadmodum lucem solis coloribus tingi, si prisma satis amplum adhibeatur, ut spatium F G I vel F H K sufficiat ad efficiendam sensibilem divergentiam radiorum antequam per iteratam refractionem in parallelismum reducantur, sed ejusmodi colores non perfectiores per longinquitatem obstaculi, quo intercidantur, evadere. Item istos colores, si oculo postposito immediate excipiantur, eo magis manifestos fore, quo objectum, quod intuemur, sit oculo propinquius, ut & eo magis, quo anguli C A B & C B A majores existent; & eundem denique ordinem servare cum in obversum oculum directe mittuntur, atque cum cernuntur ad parietem aliudve obstaculum terminati. Hæc inquam evenire debent, si amplum prisma adhibeatur (quale ex aquâ vitro circundatâ fabricari possit) & anguli A & B constituantur æquales. At in angustis prismatibus distantia radiorum I L & K M minor est quam ut colorum sensibilis possit esse latitudo, & cum anguli A & B sunt inæquales, perinde est, ac si refringentes superficies in præcedentibus non sunt parallelæ, & similes sunt effectus.

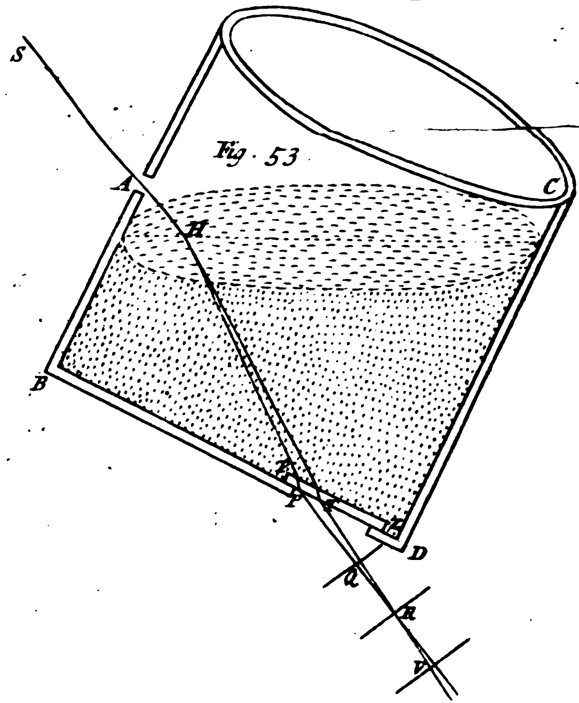
Quod

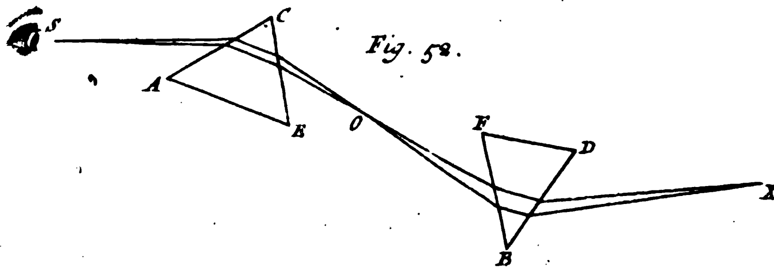
Tab. IX.


Fig. 50.
A
B
S
F
H
P
R
T
p
r
t
C
D


Fig. 51.
S
A
K
t
p
C
O
B
M
N
L
D
X


S
L
M
Fig. 54.
C
F
I
K
A
G
H
B


S
Fig. 53
A
C
H
B
D
Q
R
V


S
C
Fig. 52.
A
E
O
F
D
X
B

QUOD de coloribus dicitur, cum unica tantum reflectio refractionibus intervenit, facile applicatur ad alios casus, ubi plures interveniunt; sed placet aliquod præterea de refractionibus exponere, quibus generantur effectus, quos solæ refractiones exhibere possunt. Sit S F (fig. 55.) ut prius linea diversis coloribus successive irradiata, qui versus *p*, *t* aliaque intermedia loca pro gradibus refrangibilitatis à prismatis latere B C reflectantur ad M, N, ubi iterum impingentes in latus A C refringuntur denuo ad P T, & colores ad P T perinde apparebunt, atque ad $\pi\tau$ appareant, si modo radii F *p*, F *t*, &c. per duplum prisma A B C, sive per prisma, cujus angulus verticalis A C *b* sit duplo major hujus angulo verticali A C B, rectà fluxissent ad *m n*, & perinde versus $\pi\tau$ refringerentur. Nam pares sunt omnes utrobique anguli; sive à plano B C per A C versus P T resiliant radii, sive longius per B C pergant ad $\pi\tau$, utpote angulus C *t* N (= B *t* F) = C *t n*, & inde C N *t* = C *n t*; adeoque C N T = C *n* τ. Atque idem in aliis radiis intellige. Cum autem præcipuæ colorum ad $\pi\tau$ circumstantiæ in superioribus tradantur, cramben jam reponerem, si quid amplius de persimilibus phænomenis ad P T instituerem dicere.

De phænomenis lucis per media sphærice terminata transmissæ, deque iride.

HACTENUS colores refractionibus planarum superficierum generatos contemplati sumus; jam de sphæ-

sphæricis superficiebus agendum est, & imprimis de lentibus seu figuris a duabus diversarum sphærarum portionibus comprehensis. Ejusmodi autem lens esto M N (fig. 56.) per quam lux solaris juxta F *f* nec non undique terminata transmittitur. Sitque H K focus, ad quam postea convergat. Et, cum radii similiter incidentes non omnes similiter refringantur, concipe, quod radiorum secundum O F incidentium purpuriformes refringantur ad K, rubriformes ad H, & viridiformes ad punctum intermedium *r*. Et pari ratione de radiis secundum O *f* incidentibus concipe, quod purpuriformes tendunt ad H, rubriformes ad K, ac viridiformes ad *r*. Atque idem de radiis undique terminatis (juxta lentis peripheriam) concipe. Et patebit primò, si radii a papyro D L prius terminentur, quam ad focum H K conveniant, quod color rubeus in confinio lucis & umbræ deberet undique conspici. Utpote si lineæ F H, F *r* & F K ipsam D L in punctis T, R & P secent; F H quidem in puncto T, F *r* in puncto R, & F K in puncto P: posito similiter quod *f* H, *f r* & *f* K eandem D L in punctis π, ϱ ac τ respective secent, & productis etiam F H & *f* K donec sibi in *t* occurrant; ut & F K & *f* H donec occurrant in *p*, constabit punctum *t* longius distare a lente quam punctum *p*, quandoquidem cadit ultra focum H K, *p* verò citra. Et proinde puncta P & π interjacent punctis T & τ. Constabit etiam purpuriformes radios per totum spatium P π solum-

ſolummodo diſpergi, propterea quod per integrum ſpatium F f in lentem parallele incidentes verſus locum p refringantur, & ſic radii viridiformes ſpatium R ϱ occupabunt, ubi & rubiformes ſpatium T τ, extra quod nulli omnino ex radiis parallele incidentibus (niſi contingenter & nulla certâ lege propter bullulas quaſdam aliaque vitia in vitro latentia refracti) poſſint divaricari. Quare ſpatium, P π a radiis omnium colorum illuminatum, debet albeſcere. At cum purpuriformes deſint à ſpatiis R & ϱ, cæterorum miſtura debet exhibere flavum. Atque ita, cum ſoli rubiformes extendantur ad T & τ, in locis T ac τ rubor apparebit, & ſpatium illuminatum P π (quod orbiculare concipe) duobus colorum circulis rubeo flavoque tingetur. Hæc equidem eveniunt, cum charta D L inter lentem & punctum p collocatur. Et colores tanto perfectiores evadunt, quo charta ſit puncto p propinquior. Et, cum ſtatuitur ad ipſum p, albor è medio penitus evaneſcere deberet, ſi modo radii a diverſis partibus ſolaris diſci ad lentem manantes inciderent paralleli. Quod ſi charta paulo longius amoveatur, uti ad r, ubi viridiformes radii concurrunt, adverſi colores ubique ad illam diſtantiam miſcebuntur, & ſe invicem ita delebunt, ut vix alius quam albor apparebit. Si charta deinceps adhuc longius tranſferretur, puta ad $d\,l$, invertetur radiorum ordo, & puncta τ ac T interjacebit punctis P & π, adeoque ſpatium T τ ab omnibus coloribus illuminabitur, & proinde albeſ-

albeſcet, & in ſpatiis circa R & ϱ, ad quæ rubor non extenditur, cæruleus componetur, & violaceus apparebit in extremitate ſummâ P & π. Qui quidem colores non tantum manifeſtiores ſunt, quam rubor & flavus per interpoſitionem chartæ inter lentem & focum ut prius emergentes; ſed perpetuo manifeſtiores evadunt, quo charta adhuc longius amovetur.

Latitudo ſpatii ſic tincti coloribus ex præmonſtratis petenda eſt, vel etiam ſic facile determinari poteſt. Cum differentia refractionis radiorum, in refrangibilitate maxime diſcrepantium & ſimiliter incidentium, ſit quaſi ſeptuageſima pars totius refractionis, ut ex oſtenſis patet. Et, cum angulus H F K deſignet differentiam refractionis, anguluſque F r f ſummam refractionum utrinque ad F & f factarum, hoc eſt, duplum refractionis juxta alterutrum F & f: angulus H F K erit quaſi ſeptuageſima pars ſemiſſis anguli F r f, ſive $\frac{1}{140}$ pars totius F r f, & proinde ſubtenſa H K quaſi $\frac{1}{140}$ pars latitudinis F f, per quam luci patet aditus, aut eâ fortaſſe paulo major. Denique, cum ſit Fr. F R :: H K. T p vel $\tau\pi$, dabitur intervallum T P vel $\tau\pi$, quod quærebatur. Si quis autem cupit, ut hæc exactius determinantur, computatio non eſt adeo difficilis, quin ut ipſe adhibito calamo perficiat. Quod ad lentes utrinque concavas attinet, e jam oſtenſis facile

cile conſtabit eas lucem trajectam in ejus extremitate cum cæruleo tingere. Quæ vero de lentibus utrinque convexis vel concavis dicuntur, de convexo-concavis æquipollentibus ſunt etiam intelligenda.

Sunt & alia phænomena, quæ de lentibus explicare poſſem; ſed cum oculi pars anterior (humor nempe cryſtallinus ac tunica cornea) ſpeciem lentis radios ad retinam congregantis referat, de ipſâ maluiſſem nonnulla dicere. Eorum tamen, quæ de lente jam explicui, nolo aliquid enixe repetere, cum ad oculum facile applicentur, utut expertu ſatis difficilia ſint, propterea quod ægre poſſimus efficere, ut oculi pars anterior & poſterior ad invicem ita accedant, aut ab invicem recedant, ſicut de lente & papyro lucem terminante deſcripſi. Quapropter radii ut plurimum eo modo in retinam procidunt, quo poſui terminatos eſſe in papyrum $\delta\lambda$, atque adeo propter miſturam diſſimilium, quæ ab oppoſitis partibus pupillæ adveniunt, colores mutuo delebuntur, & convertentur in album aut in illum quemlibet colorem, quocum objectum tingitur, ſiquidem ille tunc cæteris debet prævalere.

Cæterum ex hiſce detegitur modus, quo omnia, quæ nudis oculis intueamur, poſſint ita tingi coloribus, ac ſi priſma interponeretur, licet multo minus manifeſta. Idque ſi radii per alteram partem pupillæ

transituri ab interpositione digiti vel cujuslibet obstaculi prope oculum intercipiantur, dum radii ingressuri alteram partem libere transire permittantur. Hujusce vero rei duos casus non pigebit explicare; alterum, cum radios intercipimus ad partes versus objectum lucidius, posito nempe quod objecta duo, album & nigrum, juxta posita intueamur, & alterum, cum radios intercipimus ad partes versus nigrius. Sit (fig. 57) ergo L B objectum lucidum & B D obscurum, quorum terminus communis sit B, à quo radii in oculum *d l* juxta oppositas partes pupillæ F *f* promanantes sint B F & B *f*, radii autem secundum lineam B F in oculum pergentes pro gradu refrangibilitatis refringantur versus H, *r* & K. E contra vero, qui pergunt in lineâ B *f*, refringentur versus K, *r* & H, cæteraque gradatim intermedia loca, prout de lente modo explicui. Ponamus jam, quod *e g* sit obstaculum, quo omnes radii prope *f* lapsuri intercipiuntur, prætermissis B *g* & ejusmodi aliis per F solummodo tendentibus, & constabit primo, quod ex radiis a diversis partibus objecti L B manantibus, qui veniunt a partibus versus L in retinam incidunt propius ad *l*, quam qui veniunt a partibus versus B, siquidem in pupillâ decussant. Et sic B D deberet radios versus H *r* emittere. Sed cum illud B D propter nigredinem nullos pene radios in oculum jaculetur, retina *l d* non ultra versus *d* illuminabitur, quam ad H. Quinimo non ad H usque illuminabitur, nisi a radiis rubriformibus; viridi-

viridiformes enim terminabuntur in *r* & purpuriformes in K, ſpatio *l* K à purpuriformibus, *l r* à viridiformibus, & *l* H à rubriformibus illuminato. Quamobrem ſpatium *l* K propter omnium miſturam albeſcet ad inſtar objecti B L; ſed in exiguo ſpatio H K, quod termino B reſpondet, colores generabuntur, rubeus quidem ad H propter ſolos rubriformes radios illuc tendentes, & flavus ad *r* propter miſturam viriditatis, flavedinis ac rubedinis. Jam, cum omnia videantur pro more imaginum in oculum receptarum, conſtat objectum L B juxta extremitatem ejus B non diſtincte cerni, ſed coloribus rubeo & flavo tingi.

Ad eundem modum ſi transferatur obſtaculum *e g*, & cæteris ſtantibus objecto interponatur & oculo ſecundum adverſas partes pupillæ, prout videre eſt ad E G, eo ut radii juxta F intercipiantur, radiique B *f* in oculum præter B G ingrediantur. Conſtabit è contra, quod ex radiis a toto B L proſilientibus purpuriformes occupabunt ſpatium H *l*, viridiformes ſpatium *r l*, & rubriformes ſpatium *k l*. Quare ſpatio K *l* ut prius albeſcente, color violaceus jam debet apparere in H, & cæruleus in *r*, & eapropter objecti L B extremitas B jam aliis tingitur coloribus violaceo & cæruleo.

Et ad eundem modum ſi duo quælibet objecta vel ejuſdem objecti diverſæ partes juxta poſitæ

gradu lucis differant: Etsi alterum non sit omnino nigrum, tamen colores apparebunt, in eorum communi termino rubeus quidem & flavus cum obstaculum ad partes versus objectum obscurius, violaceus autem & cæruleus cum ad partes versus objectum lucidius interponitur. Et ut paucis rationem denuo comprehendam, necesse est, ut radii ex unaquâvis parte pupillæ colores producant, cum radii ex adversâ parte sistuntur, a quorum omnium misturâ oritur temperamentum albedinis. An isthæc vero phænomena vulgo observàntur, haud scio. Sane non sunt inventu nec expertu tam difficilia, nec ab iis, quæ Cartesius sub fine capitis undecimi de Meteoris edocuit, tam aliena, quin cuiquam potuissent occurrere; nisi forte quod colores illi propter tenuitatem vix sint sensibiles. Experimentum itaque fiat per objecta longinqua, quorum alterum sit nigerrimum & alterum satis candidum ad feriendum sensum, sed non tantâ luce resplendens, ut sensum obtundat vel pupillam constringat. Nam hujusmodi effectus sunt eo magis manifesti, quo pupilla sit latior, & majori aperturâ radiis ingredientibus pateat.

SUNT & alii insigniores effectus, irides nempe vel colores, quales D. Cartesius circa candelam quondam observabat, & in Meteoris explicuit. Et, cum illæ solent apparere, quando oculi figura aliquâ vi extrinsecus allatâ vitiatur; necesse est, ut a cur-

curvaturâ aliquâ vel plicâ in tunicis ejus de novo formatâ oriantur. Cryſtallino autem vis non imprimitur, niſi mediantibus humoribus, quibus undique cingitur; &, cum fluida facillime cedent preſſuris, humores illi vim quamlibet illatam ita per totam molem diffundent, ut cryſtallinum vix poſſunt inæqualiter premere, neque ideo figuram ejus vitiare. Id enim experti ſunt, qui aquis alte ſubmerguntur; nam, ſi tota aquarum moles incumbat illis, preſſuram haud ſentiunt, quæ tamen foret maxime ſenſibilis, ſi corporum ſubmerſorum partes ita premerentur inæqualiter, ut figuras eorum violare conarentur. Reſtat ergo, ut ejuſmodi coronarum ſive iridum generatio vitioſis configurationibus tunicæ corneæ illatis tribuatur, idque eo magis quod radii maximam refractionem in exteriori ejus ſuperficie patiantur, & proinde per leviora ejus vitia à recto tramite detorqueri poſſint. Utut non pernegem, quin iis, qui laborant oculis, rugæ aliquæ (propter humorum defectum aut exceſſum) in cryſtallini ſuperficiebus non minus quam in tunicâ corneâ poſſint efformari. Nec non aliæ etiam colorum cauſæ poſſunt evenire; ſed, cum earum infinita ſit varietas, & illæ ſint eminentiores, quæ a vitioſis tunicæ corneæ figuris petuntur, non gravabor earum aliquod ſpecimen exhibere, unde cæterarum cauſæ facile patebunt.

NOTIS-

Notissimum eſt, quod mollium partes *non ſolum* preſſioni cedunt, in quaſvis immediate imprimitur, ſed & aliæ etiam partes remotæ, prout vim partium immediate preſſarum ſuſtinent. Et ipſe nonnunquam obſervavi in laminis convexo-concavis & ex materiâ mediocriter rigidâ confectis (quales ex coriis bubulcis in morem ſegmenti ſuperficiei ſphæricæ contundendo formari poſſunt) quod, cum in meditullio ſeu vertice premuntur, non ſolum ibi cedunt tactui, ſed & undique ad inſtar vallis, annularem collem depreſſæ vertici circunductum comprehendentis, *intus flectuntur, idque citius* & magis manifeſto, ſi ſint paulo rigidiores juxta verticem quam prope peripheriam. V. G. Sit *k n κ* (fig. 58.) lamina ſphærice convexo-concava, quæ circulari ejus extremitati tanquam baſi incumbens, mole aliquâ planâ & ad baſem ejus parallelâ A B prematur, & manifeſtum erit, quod hæc lamina maxime cedet preſſioni in vertice *n*, ubi ab incumbente mole primo contingitur. Sed in aliis etiam locis, ut in λ & *l*, poſſit etiam intus recedere, dum in locis intermediis, ut *m* & μ, partes aſſurgunt. Atque hâc ratione configurationem acquiret haud diſſimilem aquæ undulanti, puteolo *n* referente centrum undarum, & ripâ *m*, μ referente undarum primam valle λ, *l* circundatam. Et ad eundem modum poſſibile eſt, ut tres vel plures valles premendo deſcendant, quorum culmina internata ſint pluribus undis

undis se invicem subsequentibus consimilia. Et hujusmodi configurationes cessante pressione possunt aliquandiu conservari, gradatim tamen evanescentes. Nam, ut primum pressio cessat, cavitas in *n* cessabit forte, & partes ibi in convexitatem assurgent, & gradatim fient plus plusque convexæ, donec redeat figura, quam ante pressionem habuere; & sic cæterarum partium figuræ ad pristinum statum gradatim redibunt. Jam, cum tunica cornea ad modum præfatum convexo-concava sit, & mediocriter rigida, & circa medietatem ejus paulo crassior, & proinde rigidior quam juxta peripheriam, & siquando figura ejus ab externâ pressione vitietur, probabile sit illam pressionem circa meditullium ejus maximâ ex parte contingere; itaque potest aliquando forsan accidere, quod, cum premitur, non solum in apice cedat pressioni, sed quod in pluribus etiam circulis apici concentricis parum ascendat & alternis vicibus descendat. Et hujusmodi rugæ concentricæ possunt etiam ex defectu humorum, quo tunicæ flaccescunt, nec non ex aliis forte causis accidere, & quantumvis exiguæ sint, possunt tamen radios ad alias atque alias partes retinæ refringere, & sic efficere, ut alii atque alii colorum circuli appareant. Sed ut videamus, quo pacto ex hujusmodi rugis colores generari debent, ponamus radios e longinquo manantes sive parallelos in superficiem *k κ* (fig. 59.) ita, ut dictum est, intortam, & in eâ refractos sisti deinde ab aliâ opacâ superficie E F. Et, cum hujus superficiei

ficiei partes depressiores radios ad puncta remotiora congregent quam partes ascendentes sive magis acclives, ponamus, quod radii circa meditullium ejus *m n μ*, ubi maxime deprimitur, congregantur ad G, quod a partibus *l* & λ maximâ acclivitate surgentibus congregantur ad I, & sic quod a partibus *k* & κ, ubi rursus deprimitur, congregantur ad H, & quod ab intermediis partibus congregantur ad intermedia puncta. Ductis ergo *m* G & μ G, *l* I & λ I, *k* H, & κ H, occurrentibus superficiei seu obstaculo E F in punctis *r* & ϱ; ϖ & *p*, R & P, nec non axe G H I occurrente eidem E F in puncto *o*, ut & refringenti superficiei *k* κ in puncto *n*, & posito quod ista E F interjaceat punctis H & I, manifestum erit perpendenti refractiones hujus *k* κ in singulis ejus punctis a centro *n* successive ad extremitates *k* vel κ, quod radii prout longius ab *n* versus *m* per refringentem superficiem trajiciuntur, incidant in obstaculum E F longius ab *o* versus *r* adusque certum terminum, puta dum ad radium *m r* deventum sit: deinde quod facto regressu incidant propius ad *o*, & postea ad alteras ejus partes pergant, donec iterum elongatio maxima velut in ρ, cum deventum est ad radium μ ρ, tum donec revertuntur radiorum occursus idque continuo, prout ad *l* versus *k* procedit refractio, donec tertio terminentur quemadmodum in R, occursu radii *k* R. Ad eundem modum lux inter *n* & κ refracta terminabitur in punctis ρ, ϖ, & P. Atque etiam, si plures

essent

essent rugæ, plures forent lucis terminationes. Cæterum de luce per spatium *r* ϱ diffusâ, cum causa, quod extra vagatur punctum *o* usque ad terminos *r* & ϱ, sit ejus parva refractio prope *m* & μ, sequitur, quod radii minus refrangibiles, hoc est rubriformes, debent magis extravagari, & proinde terminus lucis *r* vel ϱ debet rubedine tingi, & sic de luce per spatium ϖ *p* diffusâ, cum causa, quod extravagatur punctum *o* usque ad terminos *p* & ϖ, sit ejus nimia refractio prope *l* & λ, sequitur, quod radii magis refrangibiles, hoc est purpureum & cæruleum pingentes, debent longius deviare, & colores eorum in exteriori parte termini *p* & π depingere, unde in interiori ejusdem termini parte rubriformes radii ad suos etiam colores depingendos debent prævalere. Et simili ratione radii circa *k* & κ refracti, si sint rubriformes, tendent ad exteriorem partem termini R & P, & ad interiorem, si sint cæruliformes. Et sic tres habebuntur irides, R P extra rubea & intra cærulea, *p* ϖ extra cærulea & intra rubea, *r* ϱ extra rubea, quæ etiam debet esse intra cærulea, nisi forte, quod color ille a rubeo propter parvitatem refractionis in μ & *m*, haud satis cernitur, ut fiat sensibilis, & propterea quod multum obscuratur a copiâ lucis undique per *r* *o* ϱ locum imaginis lucidæ, quam cingunt irides sparsæ. Harum vero iridum formæ & relationes inter se possunt variis modis mutari, idque non tantum e variis formis, quas superficies *k* κ possit induere, sed etiam e variis distantiis inter hanc *k* κ &

obstaculum E F. Ut, si statuantur paulo magis distantes, quam designavi, circuli R P & ϖ *p* possunt coincidere, & mutuos colores delere, coeuntes in albicantem circulum. Sin magis adhuc distent, iris ϖ *p* cadet extra iridem R P. Quod si E F statuatur ad locum I, hæc iris *p* ϖ evanescet, & potest etiam coincidere cum iride *r* ρ, si E F paulo ultra vel citra locum I statuatur. Jam vero horum omnium ad oculum facilis est applicatio, posito quod obstaculum E F fundum ejus referat, & *k* κ tunicam corneam ab externâ vi aut interno aliquo vitio perperam curvatam. Quinetiam ex his non modo generalis causa harum iridum declaratur, sed pro quibuslibet ejusmodi *particularibus apparentiis causæ etiam* particulares assignari posse videntur. Quemadmodum, si cui fax appareat unicâ tantum iride cincta, cujus pars exterior rubet, interior vero vel alba vel forte nonnihil cærulea appareat; exinde concludi posse videtur, quod cornea circa medietatem ejus sit paulo depressior, quam solet esse sine aliquâ rugâ, qualem ad *l* λ descripsi. Efficit enim illa depressio, ut radii ab eodem puncto objecti venientes ad puncta longe post retinam conveniunt, & qui *proinde* in retinâ spatium aliquod (quasi est *r o* ρ) occupabunt, cujus peripheria (ut modò ostendi) rubeo colore ad exteriorem ejus partem tingetur, & albo vel dilute cæruleo ad interiorem. Et quo major hujusmodi iris appareat, eo magis ad interiorem ejus partem debet cæruleo tingi. Potest etiam hujusmodi

iris

Fig. 57.

Fig. 55.

Fig. 56.

Fig. 59.

Fig. 58.

iris propter annularem rugam accidere, modo tunicæ corneæ figura in meditullio non simul vitietur.

Quod si duæ irides appareant, illud ex utrâque causâ conjunctâ petendum est, corneâ nempe tum in medio tum juxta peripheriam pupillæ depressâ. In cujus rei illustrationem adhibeamus casum, quem Cartesius de ipso in Meteoris Cap. 9. ad hunc modum describit. Cum noctu, inquit, navigarem, & totâ illâ vesperâ caput cubito innisus, manu oculum dextrum clausissem, altero interim versus cœlum respiciens, candela ubi eram allata est, & tunc aperto utroque oculo, duos circulos flammam coronantes aspexi, colore tam acri & florido, quàm unquam in arcu cœlesti me vidisse memini. A B (fig. 60.) est maximus, qui ruber erat in A, & cæruleus in B: C D minimus, qui etiam ruber in C, sed albus versus D, ubi ad flammam usque extendebatur. Oculo dextro postea iterum clauso, notavi has coronas evanescere; & contra illo operto & sinistro clauso permanere. Unde certo cognovi illas non aliunde oriri quam ex novâ conformatione vel qualitate, quam dexter oculus acquisiverat, dum ipsum ita clausum tenueram, & propter quam non modo maxima pars radiorum, quos ex flammâ admittebat, ipsius imaginem in O, ubi congregabantur, pingebant: sed etiam nonnulli ex iis ita detorquebantur, ut per totum spatium $r\rho$ spargerentur, ubi pingebant coronam

C D, & nonnulli alii per totum ſpatium R P, ubi coronam A B etiam pingebant. Cum itaque Carteſius hæc viderit, poſtquam per totam veſperam cubito innixus erat, rugæ, quales explicui, potuerunt imprimi, unde neceſſe erat ejuſmodi coronas apparere, & quod tres coronæ non apparebant, illâ ſcilicet non apparente cujus partem exteriorem cæruleam eſſe deſcripſi, & partem interiorem rubeam, id ex eo venire debuit, quod radii *l* & λ refracti, ex quibus hanc coronam generari deberet, haud citius quam ad retinam convergebant, aut potius non tam cito. Etenim probabile videtur, quod tunicæ corneæ pars aliqua ab externâ preſſione poſſit fieri ſolito convexior, & niſi hoc eveniat, radii *illi non* poſſunt citius quam ad retinam convenire. Illa vero tertia corona non poteſt apparere, niſi citius (ut ad I) conveniant. Si longe ultra convergant, coronam tunc quidem deberent efficere, ſed cujus pars exterior rubeſceret, & tunc tres coronæ in exteriore eorum parte rubeæ conſpicerentur. Sed in hiſce videar nimius, præſertim cum tanta cauſarum varietas non ſolum a tunicâ corneâ, ſed humore cryſtallino, & aliunde etiam peti poſſunt, ut haud ſit difficile plures aſſignare, quæ eoſdem quoſlibet effectus diverſis temporibus producant. Neſcio tamen, an operæ pretium ſit annotare cauſam radiorum à lucidis corporibus hinc inde ad inſtar trabium in longum protenſarum, cum oculis pæne clauſis aſpicimus. Nempe humiditas, quæ inter cilia & tunicam corneam

am versatur, secundum extremitates ciliorum parum assurgit. Sicut aqua vasi imposita altius assurgit, ubi a vase terminatur, quam alibi; quo pacto fit, ut aliqui radii ab hac humiditate prius refringantur, quam attingant tunicam corneam, & sursum detorqueantur in confinio superioris cilii, ac deorsum in confinio inferioris.

SUPEREST jam mirum illud cælestis arcus spectaculum, ad cujus explicationem * Cartesius viam stravit. Huic enim debetur, quod in guttis aquæ pluvialis deci-

* Neutonus postea intellexit alios ante Cartesium hujus phænomeni causam invenisse, ut verba ejus sequentia testantur.

Hodie convenit inter omnes, arcum istum refractione luminis solaris in guttulis pluviæ cadentis effici. Intellexerunt hoc etiam antiquorum nonnulli: inter recentiores autem plenius id invenit uberiusque explicavit celeberrimus Antonius de Dominis archiepiscopus Spalatensis, in libro suo de radiis visûs & lucis, quem ante annos amplius viginti scriptum, in lucem tandem edidit amicus suus Bartolus, Venetiis anno 1611. In eo enim libro ostendit vir celeberrimus, quemadmodum arcus interior, binis refractionibus radiorum solis, singulisque reflexionibus inter binas istas refractiones intervenientibus, in rotundis pluviæ guttis effingatur; exterior autem arcus, binis refractionibus, binisque itidem reflexionibus interjectis, in similibus aquæ guttis efficiatur. Suamque is explicandi rationem experimentis comprobavit, in phialâ aquæ plenâ, & globis vitreis aquæ plenis, in sole collocatis; quo duorum arcuum istorum colores, in illis se exhiberent contemplandos. Porro eandem explicandi rationem persecutus est Cartesius in Meteoris suis; eamque, quæ est de arcu exteriori, insuper emendavit. *Newt. Opt. Lib.* I. *Part* II. *Prop.* ix.

NOTISSIMUM eſt, quod mollium partes non ſolum preſſioni cedunt, in quaſvis immediate imprimitur, ſed & aliæ etiam partes remotæ, prout vim partium immediate preſſarum ſuſtinent. Et ipſe nonnunquam obſervavi in laminis convexo-concavis & ex materiâ mediocriter rigidâ confectis (quales ex coriis bubulcis in morem ſegmenti ſuperficiei ſphæricæ contundendo formari poſſunt) quod, cum in meditullio ſeu vertice premuntur, non ſolum ibi cedunt tactui, ſed & undique ad inſtar vallis, annularem collem depreſſæ vertici circunductum comprehendentis, intus flectuntur, idque citius & magis manifeſto, ſi ſint paulo rigidiores juxta verticem quam prope peripheriam. V. G. Sit *k n κ* (fig. 58.) lamina ſphærice convexo-concava, quæ circulari ejus extremitati tanquam baſi incumbens, mole aliquâ planâ & ad baſem ejus parallelâ A B prematur, & manifeſtum erit, quod hæc lamina maxime cedet preſſioni in vertice *n*, ubi ab incumbente mole primo contingitur. Sed in aliis etiam locis, ut in λ & *l*, poſſit etiam intus recedere, dum in locis intermediis, ut *m* & μ, partes aſſurgunt. Atque hâc ratione configurationem acquiret haud diſſimilem aquæ undulanti, puteolo *n* referente centrum undarum, & ripâ *m*, μ referente undarum primam valle λ, *l* circundatam. Et ad eundem modum poſſibile eſt, ut tres vel plures valles premendo deſcendant, quorum culmina internata ſint pluribus

undis

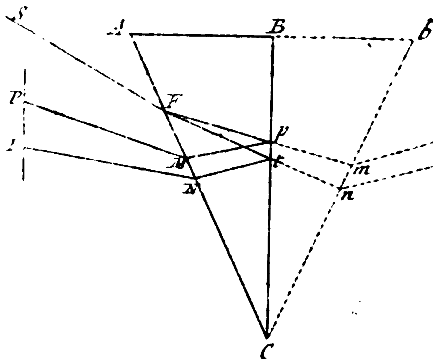
undis se invicem subsequentibus consimilia. Et hujusmodi configurationes cessante pressione possunt aliquandiu conservari, gradatim tamen evanescentes. Nam, ut primum pressio cessat, cavitas in *x* cessabit forte, & partes ibi in convexitatem assurgent, & gradatim fient plus plusque convexæ, donec redeat figura, quam ante pressionem habuere; & sic cæterarum partium figuræ ad pristinum statum gradatim redibunt. Jam, cum tunica cornea ad modum præfatum convexo-concava sit, & mediocriter rigida, & circa medietatem ejus paulo crassior, & proinde rigidior quam juxta peripheriam, & siquando figura ejus ab externâ pressione vitietur, probabile sit illam pressionem circa meditullium ejus maximâ ex parte contingere; itaque potest aliquando forsan accidere, quod, cum premitur, non solum in apice cedat pressioni, sed quod in pluribus etiam circulis apici concentricis parum ascendat & alternis vicibus descendat. Et hujusmodi rugæ concentricæ possunt etiam ex defectu humorum, quo tunicæ flaccescunt, nec non ex aliis forte causis accidere, & quantumvis exiguæ sint, possunt tamen radios ad alias atque alias partes retinæ refringere, & sic efficere, ut alii atque alii colorum circuli appareant. Sed ut videamus, quo pacto ex hujusmodi rugis colores generari debent, ponamus radios e longinquo manantes sive parallelos in superficiem *k* *x* (fig. 59.) ita, ut dictum est, intortam, & in eâ refractos sisti deinde ab aliâ opacâ superficie E F. Et, cum hujus superficiei

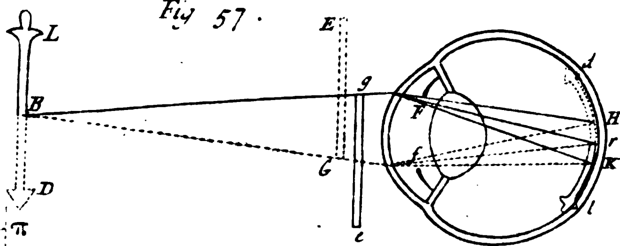
ficiei partes depressiores radios ad puncta remotiora congregent quam partes ascendentes sive magis acclives, ponamus, quod radii circa meditullium ejus *m n μ*, ubi maxime deprimitur, congregantur ad G, quod a partibus *l* & λ maximâ acclivitate surgentibus congregantur ad I, & sic quod a partibus *k* & κ, ubi rursus deprimitur, congregantur ad H, & quod ab intermediis partibus congregantur ad intermedia puncta. Ductis ergo *m* G & μ G, *l* I & λ I, *k* H, & κ H, occurrentibus superficiei seu obstaculo E F in punctis *r* & ϱ; ϖ & *p*, R & P, nec non axe G H I occurrente eidem E F in puncto *o*, ut & refringenti superficiei *k* κ in puncto *n*, & posito quod ista E F interjaceat punctis H & I, manifestum erit perpendenti refractiones hujus *k* κ in singulis ejus punctis a centro *n* successive ad extremitates *k* vel κ, quod radii prout longius ab *n* versus *m* per refringentem superficiem trajiciuntur, incidant in obstaculum E F longius ab *o* versus *r* adusque certum terminum, puta dum ad radium *m r* deventum sit: deinde quod facto regressu incidant propius ad *o*, & postea ad alteras ejus partes pergant, donec iterum elongatio maxima velut in ρ, cum deventum est ad radium μ ρ, tum donec revertuntur radiorum occursus idque continuo, prout ad *l* versus *k* procedit refractio, donec tertio terminentur quemadmodum in R, occursu radii *k* R. Ad eundem modum lux inter *n* & κ refracta terminabitur in punctis ρ, ϖ, & P. Atque etiam, si plures essent

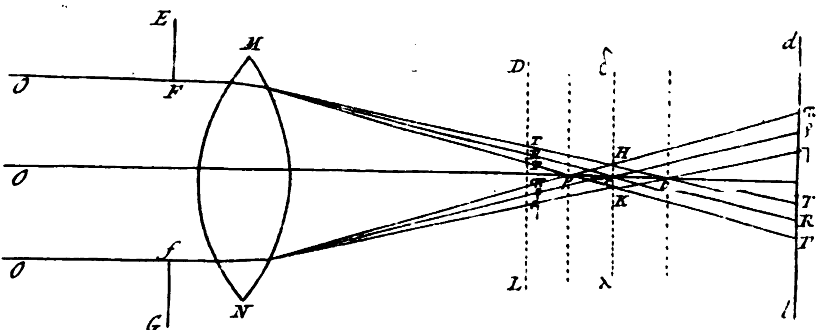
essent rugæ, plures forent lucis terminationes. Cæterum de luce per spatium *r* ϱ diffusâ, cum causa, quod extra vagatur punctum *o* usque ad terminos *r* & ϱ, sit ejus parva refractio prope *m* & μ, sequitur, quod radii minus refrangibiles, hoc est rubriformes, debent magis extravagari, & proinde terminus lucis *r* vel ϱ debet rubedine tingi, & sic de luce per spatium ϖ *p* diffusâ, cum causa, quod extravagatur punctum *o* usque ad terminos *p* & ϖ, sit ejus nimia refractio prope *l* & λ, sequitur, quod radii magis refrangibiles, hoc est purpureum & cæruleum pingentes, debent longius deviare, & colores eorum in exteriori parte termini *p* & π depingere, unde in interiori ejusdem termini parte rubriformes radii ad suos etiam colores depingendos debent prævalere. Et simili ratione radii circa *k* & κ refracti, si sint rubriformes, tendent ad exteriorem partem termini R & P, & ad interiorem, si sint cæruliformes. Et sic tres habebuntur irides, R P extra rubea & intra cærulea, *p* ϖ extra cærulea & intra rubea, *r* ϱ extra rubea, quæ etiam debet esse intra cærulea, nisi forte, quod color ille a rubeo propter parvitatem refractionis in μ & *m*, haud satis cernitur, ut fiat sensibilis, & propterea quod multum obscuratur a copiâ lucis undique per *r* *o* ϱ locum imaginis lucidæ, quam cingunt irides sparsæ. Harum vero iridum formæ & relationes inter se possunt variis modis mutari, idque non tantum e variis formis, quas superficies *k* κ possit induere, sed etiam e variis distantiis inter hanc *k* κ &

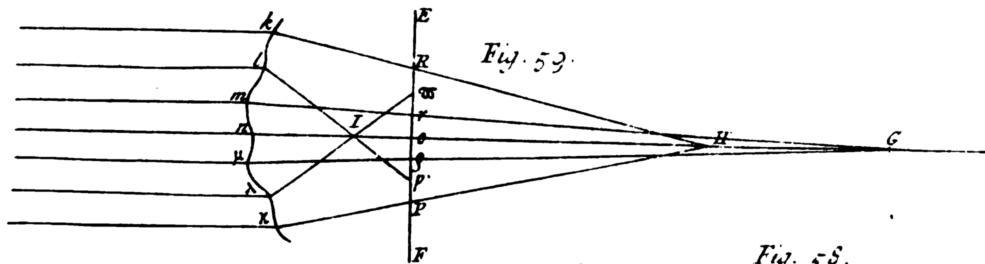
obstaculum E F. Ut, si statuantur paulo magis distantes, quam designavi, circuli R P & *ϖ p* possunt coincidere, & mutuos colores delere, coeuntes in albicantem circulum. Sin magis adhuc distent, iris *ϖ p* cadet extra iridem R P. Quod si E F statuatur ad locum I, hæc iris *p ϖ* evanescet, & potest etiam coincidere cum iride *r ρ*, si E F paulo ultra vel citra locum I statuatur. Jam vero horum omnium ad oculum facilis est applicatio, posito quod obstaculum E F fundum ejus referat, & *k κ* tunicam corneam ab externâ vi aut interno aliquo vitio perperam curvatam. Quinetiam ex his non modo generalis causa harum iridum declaratur, sed pro quibuslibet ejusmodi particularibus apparentiis causæ etiam particulares assignari posse videntur. Quemadmodum, si cui fax appareat unicâ tantum iride cincta, cujus pars exterior rubet, interior vero vel alba vel forte nonnihil cærulea appareat; exinde concludi posse videtur, quod cornea circa medietatem ejus sit paulo depressior, quam solet esse sine aliquâ rugâ, qualem ad *l λ* descripsi. Efficit enim illa depressio, ut radii ab eodem puncto objecti venientes ad puncta longe post retinam conveniunt, & qui proinde in retinâ spatium aliquod (quasi est *r o ρ*) occupabunt, cujus peripheria (ut modò ostendi) rubeo colore ad exteriorem ejus partem tingetur, & albo vel dilute cæruleo ad interiorem. Et quo major hujusmodi iris appareat, eo magis ad interiorem ejus partem debet cæruleo tingi. Potest etiam hujusmodi

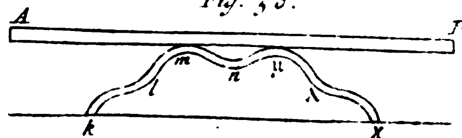
iris


Fig. 55.
A
B
b
F
p
C
m
n


Fig. 57.
L
B
D
E
G
F
H
K
l


Fig. 56.
E
M
F
O
f
G
N
D
L
H
K
d
l
T
R


Fig. 59.
k
l
m
n
μ
λ
x
E
R
I
H
G
P
F


Fig. 58.
A
m
n
μ
l
λ
k
x

iris propter annularem rugam accidere, modo tunicæ corneæ figura in meditullio non ſimul vitietur.

Quod ſi duæ irides appareant, illud ex utrâque cauſâ conjunctâ petendum eſt, corneâ nempe tum in medio tum juxta peripheriam pupillæ depreſſâ. In cujus rei illuſtrationem adhibeamus caſum, quem Carteſius de ipſo in Meteoris Cap. 9. ad hunc modum deſcribit. Cum noctu, inquit, navigarem, & totâ illâ veſperâ caput cubito inniſus, manu oculum dextrum clauſiſſem, altero interim verſus cœlum reſpiciens, candela ubi eram allata eſt, & tunc aperto utroque oculo, duos circulos flammam coronantes aſpexi, colore tam acri & florido, quàm unquam in arcu cœleſti me vidiſſe memini. A B (fig. 60.) eſt maximus, qui ruber erat in A, & cæruleus in B: C D minimus, qui etiam ruber in C, ſed albus verſus D, ubi ad flammam uſque extendebatur. Oculo dextro poſtea iterum clauſo, notavi has coronas evaneſcere; & contra illo operto & ſiniſtro clauſo permanere. Unde certo cognovi illas non aliunde oriri quam ex novâ conformatione vel qualitate, quam dexter oculus acquiſiverat, dum ipſum ita clauſum tenueram, & propter quam non modo maxima pars radiorum, quos ex flammâ admittebat, ipſius imaginem in O, ubi congregabantur, pingebant: ſed etiam nonnulli ex iis ita detorquebantur, ut per totum ſpatium *r ρ* ſpargerentur, ubi pingebant coronam

 C D,

C D, & nonnulli alii per totum ſpatium R P, ubi coronam A B etiam pingebant. Cum itaque Carteſius hæc viderit, poſtquam per totam veſperam cubito innixus erat, rugæ, quales explicui, potuerunt imprimi, unde neceſſe erat ejuſmodi coronas apparere, & quod tres coronæ non apparebant, illâ ſcilicet non apparente cujus partem exteriorem cæruleam eſſe deſcripſi, & partem interiorem rubeam, id ex eo venire debuit, quod radii *l* & λ refracti, ex quibus hanc coronam generari deberet, haud citius quam ad retinam convergebant, aut potius non tam cito. Etenim probabile videtur, quod tunicæ corneæ pars aliqua ab externâ preſſione poſſit fieri ſolito convexior, & niſi hoc eveniat, *radii illi* non poſſunt citius quam ad retinam convenire. Illa vero tertia corona non poteſt apparere, niſi citius (ut ad I) conveniant. Si longe ultra convergant, coronam tunc quidem deberent efficere, ſed cujus pars exterior rubeſceret, & tunc tres coronæ in exteriore eorum parte rubeæ conſpicerentur. Sed in hiſce videar nimius, præſertim cum tanta cauſarum varietas non ſolum a tunicâ corneâ, ſed humore cryſtallino, & aliunde etiam peti poſſunt, ut haud ſit difficile plures aſſignare, quæ eoſdem quoſlibet effectus diverſis temporibus producant. Neſcio tamen, an operæ pretium ſit annotare cauſam radiorum à lucidis corporibus hinc inde ad inſtar trabium in longum protenſarum, cum oculis pæne clauſis aſpicimus. Nempe humiditas, quæ inter cilia & tunicam corneam

am verfatur, fecundum extremitates ciliorum parum affurgit. Sicut aqua vafi impofita altius affurgit, ubi a vafe terminatur, quam alibi; quo pacto fit, ut aliqui radii ab hac humiditate prius refringantur, quam attingant tunicam corneam, & furfum detorqueantur in confinio fuperioris cilii, ac deorfum in confinio inferioris.

SUPEREST jam mirum illud cæleftis arcus fpectaculum, ad cujus explicationem * Cartefius viam ftravit. Huic enim debetur, quod in guttis aquæ pluvialis deci-

* Neutonus poftea intellexit alios ante Cartefium hujus phænomeni caufam inveniffe, ut verba ejus fequentia teftantur.

Hodie convenit inter omnes, arcum iftum refractione luminis folaris in guttulis pluviæ cadentis effici. Intellexerunt hoc etiam antiquorum nonnulli: inter recentiores autem plenius id invenit uberiufque explicavit celeberrimus Antonius de Dominis archiepifcopus Spalatenfis, in libro fuo de radiis vifûs & lucis, quem ante annos amplius viginti fcriptum, in lucem tandem edidit amicus fuus Bartolus, Venetiis anno 1611. In eo enim libro oftendit vir celeberrimus, quemadmodum arcus interior, binis refractionibus radiorum folis, fingulifque reflexionibus inter binas iftas refractiones intervenientibus, in rotundis pluviæ guttis effingatur; exterior autem arcus, binis refractionibus, binifque itidem reflexionibus interjectis, in fimilibus aquæ guttis efficiatur. Suamque is explicandi rationem experimentis comprobavit, in phialâ aquæ plenâ, & globis vitreis aquæ plenis, in fole collocatis; quo duorum arcuum iftorum colores, in illis fe exhiberent contemplandos. Porro eandem explicandi rationem perfecutus eft Cartefius in Meteoris fuis; eamque, quæ eft de arcu exteriori, infuper emendavit. *Newt. Opt. Lib.* I. *Part* II. *Prop.* ix.

decidentibus efformari cognoſcimus. Quemadmodum ex eo conſtat, quod nunquam videtur niſi cœlo pluente, quod ſole pluviam decidentem illuſtrante in vicis nonnunquam apparuit quaſi non in cœlo collocatus, ſed in aere vicino, ſuper oppoſitarum domuum parietibus affixus vel potius interjectus, quod aqua per artificium aliquod ſparſim ejaculata iridem oſtendit, & quod gramen rore matutino quaſi guttulis minutiſſimis conſperſum colores etiam iridis exhibet. Huic etiam debetur ingenioſiſſima de refractionibus guttæ & earum limitibus inventio, ſed cauſam phyſicam minus feliciter aggreſſus eſt. Hanc *itaque ut intelligatis, concipite* radium A N (fig. *61.*) in globum N F G ad N incidere & inde verſus F refringi, ubi rurſus vel refringetur verſus V vel forte reflectitur ad G. Et ſi poſterius eveniat, tunc iterum in G vel refringitur ad R, vel reflectitur ad H, & ſic deinceps; ita ut radiis globum ingredientibus aliqui, ut N F V, ſtatim egredientur, nullam reflexionem paſſi, alii, ut F G R, poſt unam reflectionem, & alii, ut G H S, poſt duas, aliique poſt tres vel etiam plures. Jam vero, cum guttæ pluviales reſpectu diſtantiæ ab oculo ſpectatoris, ſint admodum exiguæ, ut phyſice pro punctis haberi poſſint, non opus eſt, ut earum magnitudines omnino conſideremus, ſed angulos tantum, quos incidentes cum emergentibus radiis comprehendunt: nam, ubi anguli illi ſunt maximi vel minimi, emergentes radii ſunt ſolito confertiores;

res; &, quia diversis radiorum generibus diversi competunt anguli maximi vel minimi, singuli ad diversas plagas consertissime tendentia in iisdem prævalebunt ad colores proprios exhibendos. Anguli itaque maximi vel minimi, quos singulorum generum emergentes radii cum incidentibus possunt constituere, determinandi sunt, ut horum phænomenωn rationes recte percipiamus.

SCILICET in Coroll. 1 & 2, Prop. 35, ostensum est emergentem radium G R ad incidentem A N minime inclinari, cum sit 3 R R. I I — R R ::: C N q. N D q. Et I. 2 R : : N D. N E, posito nempe I ad R ut sinus incidentiæ ad sinum refractionis; & ex hinc inventis N D & N E, dabitur positione G R.

SIT exempli gratiâ pro radiis maxime refrangibilibus sinus incidentiæ ad sinum refractionis, sive I ad R, ut 185 ad 138, prout in aquâ pluviali proxime comperi, & erit 57132. 15181 : : (3 R R. I I — R R : :) C N q. N D q, adeoque D N $= \sqrt{\frac{15181}{57132}} \times C N = \frac{5155}{10000} C N$. Unde per tabulam sinuum datur arcus N L 62 grad. 4 min. Præterea, cum sit I. 2 R : : N D. N E : : 185. 276 : : $\frac{5155}{10000}$ C N. N E; erit N E $= \frac{7691}{10000}$ C N. Et inde etiam per tabulam sinuum datur arcus N F

100

100 grad. 32 min. Subduc jam duplum arcus N F ex aggregato arcus N L & 180 grad. ſive ſemicirculi, & reſtabit 41 grad. o min. pro inclinatione radii R G ad radium A N, ſive pro angulo A X R; productis nempe A N & N G donec in X conveniant. Et hic angulus eſt, ſub quo intimus ſive cæruleus limbus iridis hujus apparere debet, ſive minima ejus ſemidiameter.

Ad eundem modum pro radiis minime refrangibilibus, poſito ſinu incidentiæ ad ſinum refractionis ut 182 ad 138, uti dimenſus ſum, invenietur $N D = \frac{5028}{10000} C N$, & $N E = \frac{7533}{10000} C N$; *indeque* per tabulam ſinuum arcus N L erit 60 grad. 22 min. & arcus N F 98 grad. 38 min. Adeoque angulus A X R 43 grad. 6 min. ſub quo extimus ſive rubeus hujus iridis limbus apparebit. Itaque maxima ejus ſemidiameter eſt 43 grad. 6. min. A quâ ſi auferatur minima ſemidiameter 41 grad. o min. emergit iridis craſſities 2 grad. o min. circiter, vel potius 2. grad 37 min. additâ diametro ſolis 37 min. Sed cum colores in extremitatibus ad utrumque limbum debiliores ſint quam quo propter nubium conterminarum ſplendorem videri poſſunt, ſenſibilis ejus craſſities duos gradus vix excedet.

Haud

HAUD ſecus determinantur exterioris iridis dimenſiones. Nam oſtenſum eſt in Corol. 1 & 2, Prop. 36, emergentem radium H S ad incidentem A N maxime inclinari, cum ſit 8 R R. I I — R R :: N C q. N D q. Et I. 3 R :: N D. N E. Quamobrem pro radiorum maxime refrangibilium ſinibus I & R ſubſtitutis numeris 185 & 138 ut ſupra, obtinebuntur $N D = \frac{3157}{10000}$ C N, & N E $= \frac{7064}{10000}$ C N, & inde per tabulam ſinuum arcus N L, 36 grad. 48 min. & arcus N F, 89 grad. 53. min. Atque adeo angulus A Y S = 52 grad. 51 min. qui erit maxima ſemidiameter iridis hujus. Et ſimiliter pro radiorum minime refrangibilium ſinibus I & R ſubſtituendo numeros ſupra poſitos 183, 138, emergent $N D = \frac{3079}{10000}$ C N, & N E $= \frac{6965}{10000}$ C N. Unde per tabulam ſinuum eliciuntur arcus N L, 35 grad. 52 min. & arcus N F, 88 grad. 18 min. Adeoque angulus A Y S erit 49 grad. 2 min. iridis nempe minima ſemidiameter. Quamobrem ſi a maximâ ſemidiametro 52 grad. 51 min. auferatur minima 49 grad. 2 min. & reſiduo addatur diameter ſolis 31 min. emerget hujus iridis craſſities 4 grad. 20 min. Sed propter majorem hujus quam interioris iridis obſcuritatem, colores vix ultra craſſitiem trium graduum vel trium & ſemiſſis, videri poſſe conjicio.

Jam vero, ut harum iridum rationes conſpectui diſtincte exhibeam, ſunto E, F & G guttæ per aerem utcunque ſparſæ; S E, S F, S G radii ſolares parallele incidentes in guttas; E M, E N & E O radii diverſi refrangibiles è guttâ E poſt unam reflectionem emergentes; atque F N, F O, F P, & G O, G P, G Q conſimiles radii emergentes e guttis F ac G; nempe E O, F P, G Q maxime refrangibiles, & E M, F N, G O minime refrangibiles, &c. Jam ſi ſpectantis oculus ad O conſiſtat, ex hypotheſi manifeſtum eſt, quod e radiis, quos gutta E poſt unam reflexionem emittit, ſoli maxime refrangibiles, ſeu cæruliformes, *quales E O, impingant* in oculum, reliquis ut in E N & E M propter minorem refractionem præterlabentibus. Et proinde cæruleus color ad E conſpicietur. E radiis autem, quos gutta G poſt unam reflectionem emittit, maxime refrangibiles, quales G Q, præteribunt oculum, propterea quod radio E O paralleli ſunt, & alterius generis radii, puta minime refrangibiles ſeu rubriformes, quales G O, in eum impingent; unde rubor apparebit in G; & ſimili diſcurſu gutta F in medio inter E ac G poſita radios mediocriter refrangibiles, ut F O, in oculum immittet, reliquis ut F N, F P utrinque præterlabentibus: indeque viriditas cernetur ad F. Eadem eſt ratio guttarum omnium ad eaſdem cum his guttis apparentes diſtantias, ab axe O R, qui per ſolem & oculum tranſit, poſitarum;

Tab. XI.

Page 290

Fig. 60.

Fig. 62.

Fig. 61.

rum; & proinde ad distantias illas colores undique apparebunt, hoc est, arcus variegatus, cujus interior limbus cæruleo, exterior rubro & mediæ partes mediis coloribus tingantur, existente angulo O G Q sive G O E, hoc est, latitudine arcus, duorum circiter graduum, juxta ea, quæ jam ante ostendi; estque similis discursus de arcu exteriori, nisi quod ordo colorum propter contrariam radiorum inflexionem contrarius evadat. Guttæ autem, quæ extra hos arcus ex unâ parte sitæ sunt, radios omnino nullos post unam vel duas reflexiones, duasque refractiones, in oculum immittent; ex alterâ autem parte omnigenos permistos, eosque ferè insensibiles, & proinde nulla hujusmodi phænomena exhibere possunt, sed cœlum in illis locis colore solito apparebit.

Præter phænomena colorum, de quibus egimus, sunt adhuc alia haud pauca (præsertim circa colores pertenuium lamellarum pellucidarum, quales sunt bullarum aquosi orbes, & aer inter vitra duo compressus, multarumque rerum cuticulæ pertenues) quorum causa & mensura absque ratiociniis mathematicis vix possunt accurate determinari: sed in hisce videor nimius fuisse, & proinde jam ad partes matheseos magis abstractas me convertere decrevi.

FINIS.

PAG. 1. lin. 9. locum aliis reliquisse. p. 6. l. 4, 5. pro ubi videbis imaginem. leg. quos radios opposito pariete, vel papyro aliquâ ad distantiam a prismate satis magnam objectâ terminatos videbis in figuram P Y T Z. p. 8. l. 10, 9. a fine dele est itaque angulus P F T æqualis diametro solari. p. 9. l. 9. pro porrectâ. l. P erectâ. p. 11. l. 4. l. A C, erit. p. 16. l. 8. a fine pro illic l. illi. p. 18. l. 14. l. continuo. p. 20. l. 3. l. eodem; l. 2. a fine pro solis l. maculæ; l. ult. l. fig. 7. p. 24. l. 13. pro foci l. foraminis. p. 28. l. 2. dele com. post prius. p. 29. l. 9. l. nullâ certâ. p. 30. l. 8. l. cum ea; l. 13. l. recurvabitur. p. 31. l. 11. l. trajiciatur; l. 6. a fine l. distractione; l. 4. l. distractionem. p. 32. l. 4. a fine l. affinia. p. 39. l. 6. l. quantitatem lucis. p. 41. l. 8. pro F l. T. p. 42. l. 6, 5. a fine l. refringat. p. 43. l. 13. a fine l. interjiciatur. p. 46. l. 4. l. ostenditur § 10. p. 49. l. 7. pro S l. *r*; l. 9, &c. a fine l. Porro est I ad R ut sinus anguli K L I sive O N *j* ad sinum anguli M L R sive L M G. Et multiplicando rationem antecedentem per *j* fiat I x *j* ad R x *j* ut sinus anguli O N *j* ad sinum ipsius L M G. p. 50. l. 9. l. 80; l. 15. l. acies ejus. p. 51. l. 14. l. D E super. p. 52. l. 6. pro and l. &. p. 56. l. ult. l. latitudinem $2\frac{1}{8}$. p. 60. l. ult. l. *applicando* terminos rationis ad P. p. 61. l. 10. l. in aerem: sinus incidentiæ communis ad sinus refractionum ex aere in vitrum erit ut; l. 12, 13. l. radiis maxime refrangibilibus sinus incidentiæ ad sinum refractionis ut 106 ad 68, & pro minime refrangibilibus ut 106 ad 69. p. 63. l. 8. l. si aliud quodvis. p. 64. l. 10. l. falsum; l. 12. pro De ejusdem calculo instituendo. l. De proportione quarundam linearum, quæ computo per hoc theorema instituendo inserviat. p. 68. l. 5, 6. l. refringi; mediocriter refrangibiles versus *r*, maxime. p. 69. l. 6. l. F *c* q . XCq : : *f d* q — F *d* q (sive per lem. I. *f c* q — F *c* q) X *r* q — X D q (sive C *p* q) & augendo per terminos æqualis rationis, F *c* q . X C q : : *f c* q . C *p* q + X C q (X *p* q), . p. 71. l. 3 d. com. post A B. p. 72. l. 1, 2. l. refrangibilibus sinus isti sunt ut *f* P ad X P; & pro minime refrangibilibus ut *f* T ad X T, &c. p. 76. l. 10. a fine pro fit. l. sit; l. 3. l. prodientem. p. 77. l. 4. l. prodientem. p. 78. l. 4. a fine l. pupillæ. p. 80. l. 6. pone com. post æstimatio. p. 81. l. 9, 10. pro quorum sunt incidentes sibi ipsis vicinissimi; isti solummodo possunt ad focum vel. l. soli possunt ad; l. 2. a fine l. radiationum. p. 83. l. 2. l. (25. 1. elem.). p. 86. l. 9. l. P K; l. 13. l. quovis F T. p. 87. l. 3. l. prop. 1; l. 3. a fine l. recte itaque determinavi. p. 89. l. 8. a fine l. diameter R E sit ad A R ut F R q ad A F q.

Nam

Nam super diametro R E descripto circulo isto R C E. p. 92. l. 13. l. 45 & 49; l. 6. a fine l. ad F c (§ 47); l. 5. l. F c n sinus isti. p. 93. l. 8. l. $\frac{Fc}{fc}$. Q. E. D.; l. 13. l. hâc demonstratione. p. 94. l. 5, 4 a fine l. quæ bisecat B D insistans ei normaliter l. ult. l. intervallo A D. p. 95. l. 12. l. quarum; l. pen. l. inscriptæ. p. 97. l. 14. a fine l. numeris; l 12. l. consimiles numeri. p. 99. l. 5, 6. l. arcubus aut angulis; l. 11. l. refringuntur. p. 100. l. 7. a fine l. BL > G L. p. 102. l. 7. l. P X T; l. 7. a fine l. I X T; l. ult. l. fit. p. 105. l. 1. l. demittantur. p. 107. l. 5. l. circuli. p. 108. l. 11. l. distinctos. p. 109. l. 7. l. fit; l. pen. l. constituens. p. 110. l. 6. l. occurens &; l. 11. l. R & r; l. 19. l. R M r & K R X. p. 111. l. 1. l. utcunque IX; l. 2. d. incidentia; l. 10. a fine pro est l. fit; l. 7. pro N R l. $\frac{NR}{XR}$; ibid in denominatore fractionis l. $XRq \times XK \times \sqrt{XRq - XDq}$. p. 112. l. 7. l. super diametro. p. 114. l. 5. d. & 45; l. 7. l. e densiori (§ 45); p. 115. l. 10. a fine l. Et inde X f; l. 5. l. magnitudinis, sed. p. 116. l. 7. l. K T X. Verum est ang. $k\,t$ X > ang. K T X, ut dictum fuit; l. 10. l. ang. p F t > angulo P F T; l. 6. a fine l. illas. p. 118. l. 3. l. in innumeris aliis fere planis superficiebus; l. 8. l. priores. p. 119. l. 7, 6. a fine l. intermedium radium effecti; l. 5. l. B I b. p. 120. l. 6. l. + G D — G B; l. 10. a fine l. R & S, & I P Q L. p. 121. l. 2. l. anguli C S R. p. 122. l. 2. l. differentia refractionis eorum; l. 5. l. A D I; l. 13. pro sic l. fit; l. 6. a fine l. lem. 7. p. 123. l. pen. l. ubi incidentia est mediocris. p. 124. l. 12. l. in aliis. p. 125. l. 3, 4. l. alteris. p. 127. l. 9. a fine l. & erit C I . B H : : C K . B N, ac B H . C R : : B N . C g, & ex æquo C I . C R : : C K . C g. Hoc est C K.; l. 6. l. adeoque C K ad A N; l. 5, 4. l. æquipollentes; dele Not. cui præfigitur *; p. 128. l. 8. a fine l. $\frac{1}{R}$ A B; l. 7. l. visim; l. 4. & antep. l. & composite $\frac{1}{R}$ A B + B Z . B Z : : A Z . C Z. p. 129. l. 4, 5. l. Erige ad A Z normalem B H cujusvis longitudinis. p. 131. l. 2. l. x —. p. 133. l. 1. pro i. e. l. ac; l. 6. l. $\frac{R^3 x^2}{2 I^3 a} + \frac{R^5 x^3}{2 I^4 a^2}$ &c. l. pen. l. K F, emerget. p. 134. l. 4. l. axique; l. 7. pro ducatur l. demittatur; l. 11. l. erit yy. vv : : K F. k F. Adeoque $k\,F = \frac{bvv}{yy}$, quo a K F subducto restat. p. 135. l. ult. l. apertam. p. 136. l. 6, 7. l. quia radii nk & mk secant externos radios in ipsissimis punctis P & Q. p. 139. l. 4. a fine pro visibilis l. sensibilis. p. 141. l. 7. a fine pro I l. S. p. 142. l. 10. l. B R in ratione sinuum incidentiæ & refractionis. Et

centris

centris A & Z ac intervallis A G & Z R describuntur circuli; l. 6. a fine l. usum in Geometria descripsit; l. pen l. vel G N. p. 144. l. 12. advertendum est; l. 15. l. emergentibus radiis. p. 147. l. 7. a fine pro *fg*. l. *f* G. p. 148. l. 3. l. 25 R R — I I . I I — R R : : . p. 149. l. 1. d. C. p. 151. l. 11. l. esse parallelos axi, & erit G H = N M = 2 dig. adeoque V X error nempe lateralis heterogeneorum ab invicem. p 155. l. antep. l. omnium *p t*; l. ult l. axe ipsius P T. p. 158. l. 9, 8. a fine l. coincidentes. Purpurâ M & rubore T sic juxta; l. 6. l. eorum. p. 159. l. ult. l. intercedat. p. 161. l. 12. l. ita constructis & dispositis; l. 9, 8, 7, 6 a fine l. ut rubeum colorem projiciat in G, si ponatur, quod ille ab altero prismate *a b c* refringatur ad T, tum positione prismatis A B C paululum mutatâ, inclinando circa axem donec purpura cadat in G, videbis, quod ille color. p. 163. l. 4. l. I K vel G H; l. 7. l. istud ita; l. 8. l. locus *t*; l. 10. l. ut violaceum; l. 11, 12. l. prisma L M N secundum eandem lineam P T D reflectat, & notetur locus *p* ad quem isti etiam radii a dicto prismate L M N. p. 164. l. antep. l. summæ colorum extremitates. p. 167. l. 2. l. in segregatis; l. 8, 7 a fine l. cæruleo: coccineus, minius & fortasse citrius in rubro, & sic de aliis. Quæ quidem mistura semper. p. 169. l. antep. l. sed cum. p. 170. l. 8. a fine l. partes maxime. p. 171. l. 4, 5. l. coccineus sive purpureus, minius, citrius, *luteus sive-heliocryseus*, subflava viriditas, gramineus, thalassinus, cyaneus, indicus & ejusmodi violaceus. p. 172. l. 2. l. nam colores, qui non sunt ex primitivis (quales non; l. 13. l. eo quo. p. 173. l. 5. juxta P conspecto, rubeo vero & flavo juxta T, & albo juxta R cæteros; l. antep. l. distantiam statuo, ut colores. p. 174. l. 8, 9. l. figatur aliud prisma. p. 177. l. 6. a fine l. sex digitos; l. antep. l. colores externi juxta. p. 179. l. 10. a fine l. trajiciatur per intermedium; l. 4. l. miscerentur. Id quod. p. 180. l. 5. l. exscindantur; l. 3. a fine l. alba portiuncula. p. 185. l. 1. l. omnis generis. p. 187. l. 10. a fine l. M N convexam sume. p. 188. l. 10. l. quod situs; l. 4. a fine l. quos. p. 189. l. 13. l. & explorare qui. p. 194. l. 6, 5 a fine l. refractionibus absimiles ad. p. 192. l. 5, 6. l. superficie quâdam *y* Y *y* ad lentem proximâ; l. 7, 6 a fine l. literas *l l* paulo vicinius ad I. Et pari modo purpuriformes incident in eundem locum *l l*, dum tendunt a P Q. p. 193. l. 14, 15. l. versus I sitam rubens erit extimus a T usque ad *l*, ubi commiscetur purpuræ: Quæ quidem mixtura dat pallidum. p. 194. l. 14. a fine l. qui fiunt ex rubeo & purpureo mixti; l. 12, 11. l. lentem ad P interpositi; l. antep. l. & insuper experientis. p. 196. l. 5. l. vicinis, in aliis ut *x* ipsi X vicinis quam proxime convenient. Et sic omnes omnino colores; l. 13, 15, ult. pro *x* l. X. p. 197. l. 6. a fine l. At hæc. p.

198.

198. l. 1. l. in dictam. p. 199. l. 5. 7. l. versus $p\ t$, &; l 10. l. radii divergentes perinde; l. 13, 14. l. inclinati sed inter se paralleli; l. 16. l. nam lineâ $p\ t$. p. 200. l. 2. l. duplo latioris, quam; l. ult. l. imo cum eidem. p. 202. l. 16. l. tantâ debilitati. p. 203. l. 8, 9. l. tam paucis tingere: colores itaque; l. pen. l. angulus A B C; hoc est, quæcunque sit refractio superficiei A C; modo angulus A B C ponatur ejusdem magnitudinis atque. p. 204. l. 5. l. & partim; l. 7. l. refringantur; l. 9. l. iidem tamen effectus. p. 205. l. antep. l. totamque. p. 206. l. 11. l. pertingent. Et cum rubor ad y transmittitur, illi radii fortius adhuc perrumpent, ut ex. p. 207. l. 11. l. A a B b C; l. 13. l. C B b. p. 208. l. 2. l. multam. p. 209. l. 4. l. rubor; l. 7, 6 a fine l. reliquos colores a ϖ ad 7; l. 5. l. plus plusque; l. antep. l. e7 non aliunde rubescere, quam quod. p. 210. l. 12. l. quo violaceus; l. 14. d. sed hoc; l. 18. l. intermista, partim transmitti possint, dum alia; l. 21. l. earum. p. 212. l. 7. l. immediata; l. 16. l. nec ullo. p. 214. l. 11. l. hinc & inde. p. 216. l. 11, 12. d. coloribus; l. 7. a fine l. cœruleum corpus. p. 217. l. 5. pro DEINDE l. DENIQUE; l. ult. l. alias. p. 218. l. 5. colores maxime; l. 6. l. inde quod; l. 9. l. M. Boylei de coloribus conscripto. Scilicet; l. 10. l. phritici; l. 19. l. obversas. p. 219. l. ult. l. crassities, ubi incipit rubescere, ac D G crassities, ubi fit. p. 220. l. 3. l. unius tantum; l. 5. l F I; l. 12. l. ex illis. p. 221. l. 14. l. obscuratum. p. 222. l. 9. a fine pro fabricatam l compositam; l. antep. l. constitutionis facile. p. 223. l. 11. a fine l. sistas; l. antep. l. communicantur. p. 224. l. 12. l. alterum dimidium purpuram. p. 225. l. 11. a fine l. prismati A B C; l. pen. l. sejunctim. p. 229. l. 1. l. N T incidentes non magis deflectantur versus M quam ad T, liquet, quod in dicto spatio N T fiet. p. 230. l. 4. l. transeant; l. 14. pro si l. sin; l. 5. a fine l. viriditas inter colores; l. 4. antep. l. quam ad. p. 232. l. 2. l. rubriformes. p. 233. l. 7. l. semilunulis. p. 234. l. 6. l. istud; l. 8. a fine l. alio more. p. 235. l. 6. a fine l. instituto meo. p. 236. l. antep. l. ac si. p. 237. l. antep. l. In quo. p. 238. l. 9. a fine l. H L $p\ t$, ita. p. 239. l. 4. l. reflexione; l. ult. l. $10\frac{1}{8}$. p. 240. l. 12, 13. l. viridis ac rubeus ex alterâ imaginem bipartiebantur; adeo ut viridis & cærulei. p. 241. l. 8. a fine l. denominavi. p. 243. l. 14. l. & plenissima. p. 244. l 1. l. natas; l. 5. a fine l. bisecando; l. ult. l. citrium. p. 245. l. 11. l. quin ut fateri. p. 246. l. 1. l. $202\frac{1}{2}$. p. 247. l. 6. l. sunt ut 90 ad 91. p. 248. l. 4. l. reflexorum phænomena; l. 5. l. prismata; l. 7. l. adjiciam. Et, cum doctrinam in quinque; l. 11. a fine l. radii recta ad; l. 8. l. veniant, objectum; l. ult. l. D E, vel a loco y venientes, qui incidunt in planum E F, & sic. p. 249. l. 11. a fine l. appareret; l.

antep.

antep. l. obtineret. p. 251. l. 7. l. objectum; l. 11. l. in mediâ. p. 252. l. 13; 12 a fine l. prostare visi sunt, id quod ex imperfectione & misturâ in; l. 4. l. cæruleam; l. 3. l. rubeam. p. 253. l. 2. l. & *k n*; l. 12. l. eapropter; l. 13. l. illuminaretur. Quo facto papyrus pallidi cujusdam coloris apparuit. Tum cæteris. p. 254. l. 10. l. est ad P *π*; l. 16. l. colores ad locum P *p* adæquare coincidant; l. 17. l. alterius A cadente; l. ult. l. M a *n* & N a *m*. p. 255. l. 2. l. chartacei. p. 256. l. 11 a fine l. *q r*, *s*; l. 4. l. prismata. p. 257. l. 9, 10. vel texturæ aliarum rerum naturalium præ; l. 5. a fine l. confinio fimbria qualis; l. 4. l. parte basis ad. p. 258. l. 5. l. metimur. p. 259. l. 5. l. reflexionis; l. 12. l. 40 $\frac{1}{4}$gr; l. 15. l. major etiam oculi. p. 260. l. 2. l. oculo S radios a C B lamellâ aeris interjectâ reflexos intercipienti omnia apparebunt ut ante, at oculo *s* trajectos excipienti omnia cernentur; l. 11. a fine pro etiam l. istam; l. 7. l. ad oculum *s*; l. antep. l. præstat, ut superficies. p. 261. l. ult. l. F oblique transluceat. p. 262. l. 8. l. ipsis ex aere; l. 13. l. purpuriformis radius & H T. p. 263. l. 15, 16. l. sit, sed propter. p. 264. l. 6. l. quod ducta; l. pen. l. quod spectator. p. 265. l. 13. l. vitrea. p. 266. l. ult. l. allevetur. p. 267. l. 1. l. perlabentem lucem; l. 8. l. ac postea; l. 11. l. parallelis quidem. p. 269. l. 4. l. reflexionibus; l. 12. l. apparerent; l. 13. l. A B C (i. e. per prisma; l. 14. l. verticali *A C B*); *l.* 15. *l.* & inde. p. 270. l. 16. l. ad locum; l. antep. l. ultra locum. p. 271. l. 8. l. divaricare. p. 272. l. 5. a fine l. T P vel *τ π*, dabitur. p. 273. l. 7. a fine l. in album, si objectum, quod intuemur, sit album, aut in; l. ult. l. manifesto. p. 275. l. 4. l. omnium radiorum; l. 6. a fine l. K *l*. Quare. p. 276. l. 4. a fine pro colores l. coronæ; l. ult. l. illatâ. p. 277. l. 9. pro si l. etsi. p. 278. l. 2. pro quasvis l. quas vis. p. 279. l. 3. l. aliquamdiu. p. 280. l. 5. l. & quod; l. 7. a fine l. fiat elongatio maxima velut in *p*; l. 6. l. radium *l p*, tum denuo revertuntur; l. 5. l. prout ab *l*. p. 283. l. 7. l. in hujus; l. 8. l. de seipso. p. 284. l. 9. l. in *l* & *λ*; l. 12. pro Etenim l. Non enim; l. 19. l. exteriori. p. 287. l. 2. l. singula.



